Exercice 1:(4 pts)

I. Calculer les limites suivantes :

1) $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^2-1}{(x-1)^3}$ **1 pts** 2) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+x}+2x\right)$ **1 pts**

II- Calculer la fonction dérivée des fonctions suivantes :

1) $f(x)=(2x+1)\sqrt{x}$ **1 pts** 2) $g(x)=\dfrac{x+1}{x^2+1}$ **1 pts**

Exercice 2 : (3 pts)

Soit f la fonction numérique définie sur IR par : $f(x)=x^3+x-1$

1- Calculer : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ **0,5 pts**

2- Dresser le tableau de variations de f et déterminer $f\left([0;+\infty[\right)$. **1 pts**

3- Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans $[0;+\infty[$ et que :

$\dfrac{1}{2}<\alpha<1$. **1 pts**

4- Vérifier que : $\alpha=\sqrt[3]{1-\alpha}$ **0,5 pts**

Exercice 3 : (13 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x)=\sqrt{x^2-4}-x$ et soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) a- Montrer que : $D_f=]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$; puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$. **1 pts**

b-Montrer que la droite (D) d'équation $y=-2x$ est une asymptote oblique de la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$. **1 pts**

c-Déterminer la position relative de la courbe (C_f) et la droite (D). **0,5 pts**

2) Montrer que : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$ et interpréter graphiquement ce résultat **1 pts**

3) a- Etudier la dérivabilité de f à gauche en -2 **0,75 pts**

b- Interpréter graphiquement ce résultat **0,5 pts**

4) a- Etudier la dérivabilité de f à droite en 2 **0,75 pts**

b- Interpréter graphiquement ce résultat **0,5 pts**

5) a- Montrer que : $\forall x\in]-\infty;-2]\cup[2;+\infty[$; $f'(x)=\dfrac{x-\sqrt{x^2-4}}{\sqrt{x^2-4}}$ **1 pts**

b- Montrer que f est décroissante sur $]-\infty;-2]$ et croissante sur $[2;+\infty[$. **1 pts**

c- Dresser le tableau de variations de f **0,5 pts**

6) *Tracer la courbe* (C_f) *« noter que* $f\left(\frac{5}{2}\right)=-1$*»* **1 pts**

7) *Soit g la restriction de f sur l'intervalle* $[2;+\infty[$

a- Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} *définie sur un intervalle J à déterminer.* **1 pts**

b- Tracer la courbe $(C_{g^{-1}})$ *dans le même repère* $(O;\vec{i};\vec{j})$ **0,5 pts**

c- Montrer que g^{-1} *est dérivable en* -1 *et déterminer* $(g^{-1})'(-1)$. **1 pts**

d- Déterminer l'expression de $g^{-1}(x)$ *pour tout* $x\in J$ *.* **.1 pts**