Partie I

Soit g la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par : $g(x)=(1+x)^2-1+\ln(1+x)$.

1) Etudier les variations de

2) a) Calculer $g(0)$; puis déduire le signe de $g(x)$ sur $]-1;+\infty[$.

b) Montrer que l'équation $g(x)=e^2$ admet $\alpha=e-1$ comme solution unique dans $]-1;+\infty[$.

Partie II

On considère la fonction f définie sur $]-1;+\infty[$ par : $f(x)=x-\dfrac{\ln(1+x)}{1+x}$.

Et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Calculer $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; puis interpréter géométriquement les deux résultats.

2) a)Montrer que : $(\forall x\in]-1;+\infty[)$; $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(1+x)^2}$

b) Dresser le tableau de variations de f.

3) Montrer que (C_f) une unique tangente horizontale à déterminer.

4) a) Montrer que: $(\forall x\in]-1;+\infty[)$; $f''(x)=\dfrac{3-2\ln(1+x)}{(1+x)^3}$

b) Déduire que (C_f) admet un seul point d'inflexion qu'on déterminera.

5) Construire (C_f) dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.