

Exercice 1

Une urne contient trois boules rouges. On dispose d'une pièce de monnaie truquée (P ou F) telle que $P(F) = 0,3$.

On considère l'expérience suivante : On jette la pièce de monnaie en l'air. Si la pièce donne Face, on rajoute deux boules Rouges dans l'urne, puis on en tire successivement et avec remise deux boules. Dans le cas contraire, on rajoute une boule Rouge et une boule verte dans l'urne, puis on en tire successivement et sans remise deux boules.

On considère les événements :

A « les deux boules tirées de l'urne sont de couleurs différentes »

B « les deux boules tirées de l'urne sont rouges »

1) a) Calculer $P_F(A)$ et $P_P(A)$.

b) En déduire $P(A)$.

c) Calculer $P(B)$

d) Sachant que les deux boules tirées de l'urne sont rouges, quelle est la probabilité pour que la face donnée par la pièce soit Pile ?

2) Soit X la variable aléatoire égale au nombre de couleurs dans un tirage de deux boules tirées de l'urne.

a) Quelles sont les valeurs possibles de la variable aléatoire.

b) Donner la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique $E(X)$.

On répète l'expérience précédente 5 fois de suite (avec l'initialisation de la situation avant chaque répétition) et on considère la variable aléatoire Y égale au nombre de fois que l'évènement A soit réalisé.

On pose $p = P(A)$.

a) Déterminer la loi de probabilité de Y.

b) Calculer la probabilité d'obtenir au moins trois fois la boule rouge.

c) Calculer $E(Y)$, $V(Y)$

Exercice 2

Une urne U_1 contient trois jetons portant la lettre M et deux jetons portant la lettre N.

Une urne U_2 contient 4 boules rouges et 3 boules vertes. On considère l'expérience suivante : On tire un jeton de l'urne U_1 . Si le jeton porte la lettre M, on rajoute une boule rouge dans l'urne U_2 puis après on tire trois boules successivement et sans remise de cette dernière. Si le jeton porte la lettre N, on rajoute une boule verte dans l'urne U_2 puis après on tire trois boules simultanément de cette dernière.

1) On considère l'évènement A « Les boules tirées de l'urne U_2 sont de même couleur »

Calculer $P(A)$

2) Soit la variable aléatoire X égal au nombre de boules vertes contenues dans un tirage de l'urne U_2 .

a) Déterminer les valeurs possibles de X

b) Calculer $P_A(X = x_i)$ pour toute valeur x_i de la variable aléatoire X.

c) Calculer $P_A(X = x_i)$ pour toute valeur x_i de la variable aléatoire X.

d) Construire l'arbre de choix.

e) Déterminer la loi de probabilité de X.

f) Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.