guessmaths

SERIE N° 6 D'EXERCICES « NOTION DE LOGIQUE »

EXERCICE 1:

Soient x et y deux réels strictement positifs. Montrer que : $x<y \Leftrightarrow \dfrac{x}{y}<\dfrac{2x+5y}{5x+2y}<\dfrac{y}{x}$

EXERCICE 2:

En utilisant un raisonnement par la contraposée, démontrer que

1) $(\forall x\in \mathbb{R})\ :\ x\neq 0\ \Rightarrow \sqrt{1+x}\neq 1+\dfrac{x}{2}$

2) $(\forall x\in \mathbb{R}):\ \ x^2\neq 3\ \Rightarrow \dfrac{2}{\sqrt{x^2+1}}\neq 1$

3) $\left(\forall (x;y)\in \mathbb{R}^2\right):(xy-1)(x-y)\neq 0\Rightarrow x\left(y^2+y+1\right)\neq y\left(x^2+x+1\right)$

4) $\left(\forall (x;y)\in \mathbb{R}^2\right):(x\neq 1\ \text{ et }\ y\neq 1)\Rightarrow x+y-xy\neq 1$

EXERCICE 3

1) *Soient a et b deux réels tels que :* $a\neq -3b$ *montrer que :* $a\neq \dfrac{-14b}{3}\Rightarrow \dfrac{2a+b}{a+3b}\neq 5$

2) *Soient x et y deux réels. Montrer que :* $x\neq y\Rightarrow x^3+4x\neq y^3+4y$

3) *Soit n un entier naturel. Montrer que:* n^2 *est pair* $\Rightarrow$ *n est pair*

EXERCICE 4

Montrer par disjonction des cas que

1) $(\forall n\in \mathbb{N})\ :\ \ n^2+n+1$ *est un nombre impair.*

2) $(\forall n\in \mathbb{N})\ :\ n^3-n$ *est un multiple de 3.*

3) $(\forall n\in \mathbb{N})\ :\ n(n+1)(n+2)$ *est divisible par 3.*

4) $(\forall x\in \mathbb{R})\ :\ x-\sqrt{x^2+1}<0$.

5) $(\forall x\in \mathbb{R})\ :\ \sqrt{x^2+1}+\dfrac{1}{2}(x+2)>0$.

6) $(\forall x\in \mathbb{R})\ :\ |x-1|\leq x^2-x+1$.

EXERCICE 5:

1) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *les équations suivantes :*

$(E_1):\ 3+4|x-1|=2x+5$

$(E_2):\ 2|x-1|=|x|$

$(E_3):\ |x-1|+|2x-3|=6$

$(E_4):\ |x-2|+|x-3|=x+2$

$(E_5):\ 2x^2-|x-3|-4=0$

$(E_6):\ \sqrt{x+3}=x+1$

$(E_7):\ x^2-2(1+m)x+4=0$ *avec m est un paramètre réel*

2) *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *les inéquations suivantes:*

$(I_1):\sqrt{2x^2+1}>2x-4$

$(I_2):\sqrt{-x^2+6x-5}\leq x-3$

(I_3) : $|2x-1|+|2x+1|+|x|\geq 4$

(I_4) : $\sqrt{3-x}-\sqrt{x+1}>\frac{1}{2}$

3) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ *les systèmes suivants :*

(S_1) : $\begin{cases} |x|+y=2 \\ |x-y+3|=4 \end{cases}$

(S_2) : $\begin{cases} 2|x+1|-y=0 \\ |x+2|+2y=6 \end{cases}$

(S_3) : $\begin{cases} mx+3y=m^2 \\ 3x+my=9 \end{cases}$