Devoir Surveillé n°1 1er Semestre **2éme Bac PC-SVT**

Exercice 01:

✓ Calculer chacune des limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty} x\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)\ ;\ \lim_{x\to0}\frac{1}{x^2}\left(\frac{2}{\cos x}+\cos x-3\right)\ et\ \lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+x}-\left(1+\frac{x}{2}\right)}{x^2}.$$

Exercice 02:

Soit f la fonction définie sur par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{mx-1}{x^2+2} & ;si\ x\le 2 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-5x+10}-2}{x-2} & ;si\ x>2 \end{cases}$; Où $m\in\mathbb{R}$.

1)- Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x\to2^+} f(x)$.

2)- a)- Justifier que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty;2]$ *et* $]2;+\infty[$.

b)- Pour quelle valeur de m la fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?

Exercice 03:

1)- Montrer que l'équation : $\dfrac{2x+1}{x^2+1}=x$ *admet une solution unique* α *dans* $]1;2[$.

2)- En utilisant la méthode de dichotomie, donner un encadrement de α *à* $0,5$ *près.*

Exercice 04:

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;0]$ *par :* $f(x)=\dfrac{x^2-3}{x^2+2}$.

1) Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ *; puis justifier que f est continue sur l'intervalle* $]-\infty;0]$.

2) Montrer que : $(\forall x\in]-\infty;0])$; $f'(x)=\dfrac{10x}{(x^2+2)^2}$. *Puis en déduire la monotonie de f sur* $]-\infty;0]$.

3)- a)- Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} *définie sur* $\left[-\frac{3}{2};1\right[$.

b)- Montrer que : $\left(\forall x\in\left[-\frac{3}{2};1\right[\right)$; $f^{-1}(x)=-\sqrt{\dfrac{3+2x}{1-x}}$.

4)- a)- Montrer que l'équation : $x^3-x^2+2x+3=0$ *admet une solution unique c dans l'intervalle* $]-1;0[$.

b)- Vérifier que : $f(c)=c$ *, puis en déduire que :* $f^{-1}(c)=f(c)$.