Série n° 5 Exercices «Calcul et Ordre dans IR» **TC Biof**

guessmaths

Exercice 1

Soient a, b et c trois réels. On pose : $m=\dfrac{a+b+c}{2}$

Montrer que : $(m-a)^2+(m-b)^2+(m-c)^2=a^2+b^2+c^2-m^2$.

Exercice 2

On donne deux réels a et b tels que: $2<a<3$ *et* $-2<b<-1$.

1) *Encadrer les réels suivant :* $\dfrac{1}{3}a-3$ *et* $-2b+4$.

2) a) *Encadrer chacune des expressions suivantes :* a^2+b^2 ; $\dfrac{1}{ab}$ *et* a^2-b^2.

b) *Comparer les réels suivant :* $\dfrac{a^2+b^2}{ab}$ *et* $\dfrac{a^2-b^2}{ab}$

c) *Montrer que :* $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}<\dfrac{5}{ab}$

Exercice 3

Soient a et b deux réels strictement positifs et distincts.

1. *Montrer que :* $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}$.

2. *Montrer que :* $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}>\dfrac{1}{a+b}$

3. a- *Montrer que :* $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}>2$

   b- *En déduire que pour a distinct de 1, on a :* $a+\dfrac{1}{a}>2$.

Exercice 4

1. *Ecrire sans le symbole de la valeur absolue chacun des réels suivants :*

$|1-\sqrt{2}|$; $|\pi-\sqrt{3}|$; $|2\sqrt{2}-1-\sqrt{3}|$; $|3\sqrt{2}-2\sqrt{3}|$; $\left|-3+\dfrac{1}{3}+\sqrt{2}\right|$.

2. *Soit x un réel appartenant à l'intervalle* $[-1;1]$.

   a) *Simplifier l'écriture de l'expression* $A(x)=2|1-x|+|2x-2|$.

   b) *En déduire* $A(0,33)$ *et* $A(-0,001)$.

   c) *Donner un encadrement de l'expression* $B(x)=x+2|1-x|+|2x-2|$

Exercice 5

on donne x, y et z trois nombres réels tels que : $S=\dfrac{x}{xy+x+1}+\dfrac{y}{yz+y+1}+\dfrac{z}{zx+z+1}$

on suppose que : $xyz=1$

Montrer que : $s=1$