guessmaths

Série n° 6 d'exercices « Etude de fonction logarithmique » ***2éme Bac SM***

EXERCICE 1

Partie A

1. a. Résoudre dans l'ensemble IR des nombres réels l'équation : $2X^2-5X+2=0$.

b. En déduire les solutions, dans l'intervalle $]0;+\infty[$ *,de l'équation* $2(\ln x)^2-5\ln x+2=0$.

(On pourra poser $X=\ln x$ *)*

Partie B

Soit la fonction f définie sur I 'intervalle $]0;+\infty[$ *par :* $f(x)=2(\ln x)^2-5\ln x+2$. *Soit* (C) *la courbe représentative de la fonction dans le plan muni du repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *d'unité graphique* 1 *cm* .

1. a. Etudier la limite de en 0. Quelle conséquence graphique peut-on en tirer

b. Déterminer la limite de f en $+\infty$.

2. a. On note f' *la fonction dérivé de la fonction f sur l'intervalle* $]0;+\infty[$

Vérifier que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0;+\infty[$ *;* $f'(x)=\dfrac{4\ln x-5}{x}$.

b. Etudier les variations de la fonction/sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

c. En déduire le signe de f(x) sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

3. Donner une équation de la tangente (T) *à la courbe* (C) *au point d'abscisse* $\sqrt{e}$.

4. Tracer C et T dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

5. Vérifier que la fonction F définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ *par :* $F(x)=x\left(2(\ln x)^2-9\ln x+11\right)$ *est une primitive de la fonction f sur l'intervalle* $]0;+\infty[$

6. Calculer l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) *; l'axe des abscisses et les droites d'équations* $x=1$ *et* $x=e$.

EXERCICE 2

Partie A

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x)=\ln(1+x)-\dfrac{x}{1+x}$

1) Déterminer D_f *domaine de définition de f*

2) Étudier les variations de f et en déduire son signe sur D_f

Partie B

Soit g la fonction définie par : $g(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$

1) Déterminer D_g *domaine de définition de g*

2) Étudier les variations de g

3) Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*):2\le\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n\le e$

www.guessmaths.co E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com whatsapp : 0604488896

4) En déduire que : $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right):\left(\frac{n+1}{e}\right)^n\leq n!\leq\left(\frac{n+1}{2}\right)^n$

5) Soit $a\in\mathbb{R}$. Déduire de ce qui précède $\lim\frac{a^n}{n!}$

Partie C

Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$ on considère la fonction h_n définie par : $h_n\left(x\right)=-e^{-x}\left(1+x+\frac{x^2}{2!}+...+\frac{x^n}{n!}\right)$

1) Déterminer la dérivée de la fonction h_n

2) Soit $a\in\mathbb{R}^*$. En utilisant le théorème des accroissements finis appliqué à la fonction h_n entre 0 et a,

Montrer que : $\left|1+a+\frac{a^2}{2!}+...+\frac{a^n}{n!}-e^a\right|\leq e^{|a|}\times\frac{|a|^{n+1}}{n!}$

3) En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty}\sum_{k=0}^{n}\frac{a^k}{k!}$