

**EXERCICE 1**

Donner la négation des propositions suivantes et dire pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse

$$(P) (\forall x \in \mathbb{R}) : \sqrt{1+x^2} - |x| \geq 0 .$$

$$(Q) (\exists n \in \mathbb{N}^*) (\forall x \in \mathbb{R}) ; \frac{x^{2n}}{1+x} > 1$$

$$(R) (\forall x \in \mathbb{R}) (\exists y \in \mathbb{R}) ; y < x$$

$$(S) (\forall x \in \mathbb{R}) (x^2 - |x| + 1 \geq 0) \text{ et } (-1 < x < 1)$$

$$(T) (\forall x \in [1; +\infty[) ; x^2 + x - 2 \geq 0$$

$$(R) (\forall x \in \mathbb{R}) ; x \leq 0 \text{ ou } x \geq 0$$

$$(V) (\forall y \in \mathbb{R}^*) (\exists x \in \mathbb{R}) ; x^2 - xy + y^2 = 0$$

EXERCICE 2:

Donner la négation des propositions suivantes :

$$(P) (\exists n \in \mathbb{N}) (\forall x \in \mathbb{R}) ; x^n - 1 = 0$$

$$(Q) (\forall x \in \mathbb{R}) (\exists \alpha > 0) ; |x| < \alpha \Rightarrow \left| \frac{x-1}{x+1} - 1 \right| < \alpha$$

$$(R) (\forall x \in \mathbb{R}) (\forall y \in \mathbb{R}) ; x - y = 1 \Rightarrow x > 1$$

EXERCICE 3:

Montrer par Le raisonnement par contre-exemple que les propositions suivantes sont fausses.

$$(P) : (\forall x \in \mathbb{R}) ; x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$(Q) : (\forall x \in \mathbb{R}) (\forall y \in \mathbb{R}) ; 2x - 4y \neq 5$$

$$(R) : (\forall n \in \mathbb{N}^*) (\forall m \in \mathbb{N}^*) ; \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \dots + \frac{1}{n+m} \in \mathbb{N}$$

$$(S) : (\forall a \in \mathbb{R}) (\forall b \in \mathbb{R}) ; \sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$(T) : (\forall x \in]0; +\infty[) (\forall y \in]0; +\infty[) ; \sqrt{xy} = \frac{2xy}{x+y}$$

$$(U) : (\forall x \in]0; 1[) (\forall y \in]0; 1[) ; \frac{1}{x} + \frac{1}{y} < 1 - xy$$

$$(U) : (\forall x \in]0; 1[) ; \frac{2x}{x^2(1-x^2)} < 1$$