Examen national 2016 session de rattrapage
section Sciences Economiques

guessmaths

Exercice 1: (4,5 points)

On considère la suite $(u_n)_{n\in IN}$ $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 3} ; n \in IN \end{cases}$

0.5 1- Calculer u_1 et u_2 .

0.5 2-a) Vérifier que pour tout n de IN : $u_{n+1} + 1 = \dfrac{2(u_n + 1)}{u_n + 3}$

0.5 b) Montrer par récurrence que pour tout n de IN : $u_n > -1$

0.5 c) Vérifier que pour tout n de IN : $u_{n+1} - u_n = -\dfrac{(u_n + 1)^2}{u + 3}$

0.5 d) déduire que $(u_n)_{n\in IN}$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente

3- On pose pour tout n de IN : $v_n = \dfrac{u_n + 2}{u_n + 1}$

0.25 a) Calculer v_0

0.25 b) Montrer que pour tout n de IN : $v_{n+1} = \dfrac{3u_n + 5}{2(u_n + 1)}$

0.5 c) Montrer que $(v_n)_{n\in IN}$ est une suite arithmétique de raison $\dfrac{1}{2}$

0.25 d) Calculer v_n en fonction de n.

0.25 4-a) Vérifier que pour tout n de IN : $u_n = \dfrac{-v_n + 2}{v_n - 1}$

0.25 b) Déduire que : $u_n = \dfrac{-n}{n+2}$; pour tout n de IN.

0.25 c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

Exercice 2: (4,5 points) (Les résultats serons donnés sous forme de fractions)

Une caisse contient onze boules (indiscernables au toucher); 3 boules sont Blanches ;
4 boules sont Vertes et 4 boules sont Rouges .
On tire au hasard et simultanément 3 boules de la caisse.

1- On considère les événements suivants :
A"les trois boules tirées sont de méme couleur"
B" tirer exactement une boule de chaque couleur"
C"les trois boules tirées sont de deux couleurs différentes"

1 a) Montrer que la probabilité de l'événement A est : $p(A) = \dfrac{3}{55}$

1 b) Calculer la probabilité de l'événement B.

0.5 c) Déduire que : $p(C) = \dfrac{36}{55}$.

2- Soit X la variable aléatoire liée au nombre de boules Blanches tirées.

1.5 a) compléter le tableau ci-dessous aprés l'avoir recopié sur votre copie

x_i	0	1	2	3
$p(X=x_i)$		$\dfrac{84}{165}$		

0.5 b) Calculer $E(X)$ l'ésperence mathématique de la variable aléatoire X.

Exercice 3: (11 points)

On considère la fonction numérique f définie sur IR par : $f(x) = e^{2x} - 4e^{x} + 3$

et (C) sa courbe représentative dans un repère ortonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

0.5 1- Vérifier que : $f(x) = e^{x}(e^{x} - 4) + 3$

0.75 2- a) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat.

1.25 b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x}$; puis donner une interprétation géométrique au résultat.

1 3- a) Montrer que : $f'(x) = 2e^{x}(e^{x} - 2)$; pour tout x de IR.

1.5 b) Etudier le signe de $f'(x)$; puis dresser le tableau de variations de f sur IR.

1.5 4- Vérifier que pour tout x de IR ; on a: $f(x) = (e^{x} - 1)(e^{x} - 3)$; puis déterminer les deux points intersection de (C) et l'axe des abscisses.

0.5 5- a) Montrer que : $f''(x) = 4e^{x}(e^{x} - 1)$; pour tout x de IR.

1.5 b) Etudier le signe de $f''(x)$ sur IR ; puis déduire que O(0;0) est un point d'inflexion pour la courbe (C).

0.5 6- Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C) au point O(0;0).

7- Sur la figure ci-dessous (C) est la représentation graphique de la fonction f et (D) est la droite d'équation y=3.

0.5 a) Déterminer le point d'intersection de (C) et (D).

1.5 b) Calculer l'aire de la partie hachurée sur la figure .