EXERCICE 1

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^4}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(2x^2+1-\ln x\right)$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\ln(1+2x)}{x}$
- $\lim\limits_{x\to0} x(1+\ln x)$

EXERCICE 2

Calculer les limites suivantes :

a- $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(x^3-2x+1\right)\ln x$ *b-* $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(x^2+1\right)-\ln\left(x^3+1\right)$ *c-* $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(\frac{x^3+x-1}{x^2+4}\right)$

d- $\lim\limits_{x\to-\infty} \ln(\ln(-x))$ *e-* $\lim\limits_{x\to0^+} \left(x^2-2x\right)\ln x$ *f-* $\lim\limits_{x\to0} \frac{\ln(1+3x)}{2x}$

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\ln\left(\frac{x+2}{x-4}\right)$.

1) Déterminer l'ensemble de définition E de f.
2) Dresser le tableau des variations de f.
3) Tracer la courbe de f ainsi que ses asymptotes dans un repère orthonormé.

EXERCICE 4

Soit la fonction définie pour $x>1$ *par :* $f(x)=\frac{x}{2}+\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$.

On note C sa courbe dans un repère orthonormé.
1) Calculer les limites aux bornes de l'ensemble de définition de f.
2) Etudier les variations de f.
3) Démontrer que la droite D d'équation $y=2x$ *est asymptote oblique à C en* $+\infty$.
4) Etudier la position relative de C et D.
5) Tracer C ainsi que ses asymptotes.

EXERCICE 5

Partie A :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ *par :* $f(x)=\frac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$.

1) Calculer $f'(x)$, *étudier son signe et en déduire le tableau de variation de la fonction f.*

2) Calculer $f(0)$.

Montrer que l'équation $f(x)=0$ *admet exactement deux solutions dont l'une, que l'on désigne par* α *,appartient* à $\left[-0,72\ ;-0,71\right]$.

3) *Donner le signe de* $f\left(x\right)$, *pour* $x\in\left]-1\ ;+\infty\right[$.

Partie B :

Soit g la fonction définie sur l'ensemble $D=\left]-1;0\right[\cup\left]0;+\infty\right[$ *par :* $g\left(x\right)=\dfrac{\ln\left(x+1\right)}{x^2}$.

1) a) *Calculer* $\lim\limits_{x\to0^-}g\left(x\right)$ *et* $\lim\limits_{x\to0^+}g\left(x\right)$.

b) *Calculer* $\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(x\right)$ *et* $\lim\limits_{x\to-1^+}g\left(x\right)$.

2) a) *Montrer que pour tout* $x\in D$; $g'\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x^3}$

b) *Montrer que* $g\left(\alpha\right)=\dfrac{1}{2\alpha\left(\alpha+1\right)}$.

En déduire une valeur approchée de $g\left(\alpha\right)$ *en prenant* $\alpha=-\ 0,715$.

3) a) *Dresser le tableau de variation de la fonction g.*

b) *Représenter graphiquement la fonction g dans le plan rapporté à un repère orthonormé* $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

$(\|\vec{i}\|=2cm)$

4) *Soit h la fonction définie sur D par :* $h\left(x\right)=\dfrac{\ln\left(x+1\right)}{x^2}-\dfrac{1}{x\left(x+1\right)}$.

a) *Déterminer des fonctions u et v telles que* $h\left(x\right)=u'\left(x\right).v\left(x\right)+u\left(x\right).v'\left(x\right)$ *et en déduire une primitive de h.*

b) *Déterminer une primitive de la fonction* $x\mapsto\dfrac{1}{x\left(x+1\right)}$ *sur D.*

c) *Déduire des questions précédentes, une primitive de g sur D.*