guessmaths

Sujet de révision n° 18 2éme Bac Exp

Execice 1

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$; on considère la droite (D) qui passe par le point A(-1;2;0) et de vecteur directeur $\vec{u}(1;-1;-1)$ et les deux plans (P) et (Q):

(P) : $3x+2y+z-1=0$ et (Q) : $2x-y+3z+4=0$

1) a) Déterminer une représentation paramérique de la droite (D).

b) Vérifier que $(D)\subset(P)$ et $(D)\subset(Q)$

2) Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1;-2;2)$ et qui est tangente au plan (Q).

a) Déterminer le rayon de la sphére (S).

b) Déterminer une équation cartésienne de la sphère (S).

3) Vérifier que $\Omega\in(P)$; puis déterminer l'intersection du plan (P) et la sphére (S).

Execice 2

Une caisse contient une boule Blanche et deux boules Noires.
(les boules sont indiscernables au toucher).
On tire au hasard successivement et sans remise 4 boules de la caisse.

1) Déterminer le nombre de cas possibles.
2) Calculer la probabilité d'obtenir au moins deux boules Blanches.
3) Calculer la probabilité d'obtenir une boule d'une couleur différente de la couleur des trois autres boules.

Exercice 3:

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1}=\sqrt{u_n} \end{cases}$; $\forall n\geq 0$

1) Montrer par récurrence que : $\forall n\geq 0$; $1<u_n$

2) Etudier la monotonie de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ puis déduire qu'elle est convergente.

3) Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\forall n\geq 0$; $v_n=\ln(u_n)$

a) Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique en déterminant sa raison et son premier terme.

b) Ecrire v_n en fonction de n puis déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}$; $u_n=e^{\frac{1}{2^n}}$

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

d) Calculer $S_n=v_0+v_1+v_2+......v_{n-1}$ en fonction de n puis déduire $p=u_1.u_2.....u_{n-1}$

Exercice 4:

1) Soit m un réel positif.

a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-mz+m^2=0$
puis écrire les deux solutions z_1 et z_2 sous forme trigonométrique (en fonction de m).

b) Déterminer la valeur de m sachant que : $z_1^{\,6}+z_2^{\,6}=54$

2) On considère dans $\mathbb{C}$ le polynome : $p(z)=z^3-2\sqrt{3}z^2+6z-3\sqrt{3}$

a) Montrer que : $P(\sqrt{3})=0$

b) Vérifier que : $\forall z\in\mathbb{C}$; $P(z)=(z-\sqrt{3})(z^2-\sqrt{3}z+3)$.

c) Déduire les solutions de l'équation : (E) ; $p(z)=0$

3) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$

on considère les points B;C et D d'affixes respectifs : $z_B = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$;

$z_C = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ et $z_D = \sqrt{3}$

4) a) Déterminer z_A l'affixe du point A image du point B par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$.

b) Déduire que le quadrillatére ABCD est un paralélloggramme.

c) Ecrire sous forme trigonométrique le complexe $\frac{z_B - z_C}{z_D - z_C}$; puis déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{CD},\overrightarrow{CB})$ et que $CD = CB$.

d) Déduire que le quadrillatére ABCD est un lozange.

Problème :

Partie I

Soit g la fonction définie par : $g(x) = e^x - 4\sqrt{e^x - 1} + 3$

1) Déterminer D_g le domaine de définition de g.

2) a) Montrer que pour tout x de D_g; $g(x) = \left(\sqrt{e^x - 1} - 2\right)^2$

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ 0 \prec x}} g(x)$

3) Calculer $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ 0 \prec x}} \frac{g(x) - 4}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat.

4) Montrer que le signe de $g'(x)$ est celui de $e^x - 5$; puis dresser le tableau de variation de g.

5) Déterminer une équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe de g au point d'abscisse $x_0 = \ln 2$.

Partie II

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \ln(g(x))$

1) Montrer que le domaine de définition de f est : $D_f = D_g - \{\ln 5\}$

2) Calculer les limites de f au bornes de D_f.

3) Montrer que : $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ 0 \prec x}} \frac{f(x) - \ln 4}{x} = -\infty$;puis interpréter géométriquement le résultat.

4) Montrer que le signe de $f'(x)$ est celui de $g'(x)$;puis dresser le tableau de variation de f .

5) Déterminer l'intersection de (C) la courbe de f et l'axe des abscisses . ((C) est la courbe de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$).

6) a) Montrer que : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - x = 0$

b) Etudier les branches infinies de (C).

7) Construire (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ (on prends : $\ln 2 \simeq 0,7$ et $\ln 5 \simeq 1,6$.