



Exercice 1

On considère les ensembles : $A = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{2k\sqrt{2}}{5} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ et $B = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2k\sqrt{2}}{5} / k \in \mathbb{Z} \right\}$

- 1) Est-ce que $2\sqrt{2}$ appartient à A?
- 2) Montrer que: $A \cap B = \emptyset$.

Exercice 2

Déterminer les ensembles A et B sachant que :

$$A \cap B = \{1; 2; 3; 4\} \quad ; \quad A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} \quad ; \quad 5 \notin B \setminus A \quad \text{et} \quad 6 \notin A \setminus B$$

Exercice 3

On considère les ensembles : $E = \{1; 2; \alpha; b\}$ et $A = \{1; \alpha\}$

- 1) Déterminer les parties X de $\mathcal{P}(E)$ qui vérifient : $X \cap A = A$
- 2) Déterminer les parties X de $\mathcal{P}(E)$ qui vérifient : $X \cup A = A$.

Exercice 4

Soient les ensembles :

$$E = \{x \in \mathbb{N} / x = 2k \text{ où } k \in \mathbb{N}\}$$

$$F = \{x \in \mathbb{N} / x = 3k \text{ où } k \in \mathbb{N}\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{N} / x = 6k \text{ où } k \in \mathbb{N}\}.$$

- 1) Montrer que : $G \subset E$ et $G \subset F$
- 2) Montrer que : $E \cap F = G$
- 3) Déterminer C_F^G

Exercice 5

On considère les ensembles suivants:

$$A = \left\{ 1; -\frac{1}{2}; \alpha; \sqrt{3}; 5 \right\} \quad ; \quad B = \left\{ -\frac{1}{2}; \sqrt{3}; 1 \right\} \quad \text{et} \quad C = \left\{ -1; \frac{1}{2}; \alpha; 5; 3 \right\}$$

- 1) Déterminer C_A^B ; $A \setminus C$ et $C \setminus B$.
- 2) Déterminer $\mathcal{P}(B)$; $\mathcal{P}(\{1; \alpha\})$ et $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset))$

Exercice 6.

Soit m un nombre réel strictement positif.

On considère les ensembles : $E = \left\{ x \in \mathbb{R} / |x-1| < \frac{3}{2} \right\}$ et $F = \{x \in \mathbb{R} / |x+1| < m\}$

- 1) Montrer que : $E \neq \emptyset$
- 2) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles $E \cap F = \emptyset$

Exercice 7

On considère l'ensemble : $A_m = \{x \in \mathbb{R} \mid |x-2| < m\}$; où $m \in \mathbb{R}$.

- 1) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles : $A_m \subset]1;5[$
- 2) Déterminer les valeurs de m pour lesquelles : $A_m \cap]1;5[= \emptyset$

Exercice 8

Déterminer en extension l'ensemble : $E = \{(x; y) \in \mathbb{Z}^2 \mid x^2 + xy - 2y^2 = -5\}$.