



**Exercice 1** : ( 2 pts )

Exprimer en fonction de  $\ln 2$ , le nombre  $A = \ln\left(\frac{1}{32}\right) - \ln(8\sqrt{2})$

**Exercice 2** : ( 3 pts )

Déterminer le domaine de définition de la fonction  $f$  dans chacun des cas suivants :

1,5pt x 2 (1)  $f(x) = \ln(1-x)$  ; (1)  $f(x) = \ln(|x^2 - 1|)$

**Exercice 3** : ( 3 pts )

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et les inéquations suivantes :

1pt x3  $\ln(x+1) \geq 0$  /  $\ln^2 x - 5\ln x + 6 = 0$  /  $\ln(x+4) - 2\ln(x-2) = 0$

**Exercice 4** : ( 4 pts )

Calculer les limites suivantes :

1pt x4  $\lim_{x \rightarrow 0^+} x(\ln x)^2$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^4 + x^2 + 1}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$  ;  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \ln(\ln(ex) - 1)$

**Exercice 5** : ( 3 pts )

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par :  $f(x) = x \ln(x) - x$

1pt 1) calculer les limites suivantes :  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

1pt 2) Montrer que :  $(\forall x \in ]0, +\infty[)$  :  $f'(x) = \ln(x)$

1pt 3) En déduire le tableau de variation de  $f$

**Exercice 6** : ( 5 pts )

Soit  $(u_n)_{n \geq 1}$  la suite définie par :

$$u_1 = 2 \quad \text{et} \quad (\forall n \in \mathbb{N}^*) : u_{n+1} = u_n + \sqrt{1 + \frac{u_n}{n}}$$

1pt 1) Montrer que :  $(\forall n \geq 2) : u_n > 2$

1pt 2) Étudier la monotonie de la suite  $(u_n)_{n \geq 1}$

1pt 3) a- Déterminer la valeur de  $\alpha$  solution de l'équation :  $\sqrt{1+x} = x$

1pt b- Montrer par récurrence que :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : u_n \geq \alpha n$

1pt c- Déduire  $\lim u_n$ .