

Vecteur normal à une droite
Droite définie par un point et un vecteur normal

Exercice 1

Déterminer un vecteur normal à la droite (Δ) dans chacun des cas suivants :

a. $(\Delta): x - 5y + 2 = 0$

b. $(\Delta): 2x + 5y - 1 = 0$

c. $(\Delta): 2x + \sqrt{2}y + 5 = 0$

d. $(\Delta): 2x + \sqrt{2}y + 5 = 0$

Exercice 2

Déterminer une équation de la droite (D) passant par le point A et admettant $\vec{n}$ pour vecteur normal dans les cas suivants:

a. $A(-2;1)$ et $\vec{n}(2;3)$;

b. $A(4;-1)$ et $\vec{n}(3;-3)$;

c. $A(1;1)$ et $\vec{n}(1;\sqrt{2})$;

d. $A(0;-1)$ et $\vec{n}(0;3)$;

Orthogonalité de deux droites

Exercice 3

(D) et (D') sont deux droites du plan.

Parmi les cas suivants, déterminer ceux pour lesquels les droites (D) et (D') sont perpendiculaires.

a. $(D): x + 3y - \frac{5}{2} = 0$; $(D'): -6x + 2y - 1 = 0$.

b. $(D): \frac{1}{2}x - \sqrt{2}y - 3 = 0$; $(D'): 2\sqrt{2}x + y = 0$

c. $(D): 5x - y + 7 = 0$; $(D'): 3x - \frac{3}{5}y + 2 = 0$.

d. $(D): \begin{cases} x = 1 + 2k \\ y = 1 - k \\ k \in \mathbb{R} \end{cases}$; $(D'): \begin{cases} x = 2k \\ y = 1 + 4k \\ k \in \mathbb{R} \end{cases}$.

Exercice 4

Déterminer une équation de la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (Δ) dans chacun des cas suivants:

a. $A(1;5)$ et $(\Delta): -x + y - 5 = 0$.

b. $A(\sqrt{3};\sqrt{2})$ et $(\Delta): x\sqrt{2} + y\sqrt{3} - 1 = 0$

c. $A(0;-1)$ et $(A): y = 5x - 2$

Exercice 5

Soit A, B et C trois points du plan tels que $A(2;-3)$.

Déterminer une équation de la droite (D) passant par

A et perpendiculaire à la droite (BC) dans chacun des cas suivants et construire la représentation correspondante

- a. $B(1;-1)$ et $C(3;2)$ b. $B\left(\frac{1}{2};1\right)$ et $C\left(1;\frac{1}{2}\right)$ c. $B(3;0)$ et $C(4;3)$

Distance d'un point à une droite

Exercice 6

A est un point et (D) est une droite du plan.

Déterminer la distance du point A à la droite (D) dans chacun des cas suivants:

- a. $A(1;5)$ et (D): $-x\sqrt{2} + y - 5 = 0$.
b. $A(\sqrt{3};\sqrt{2})$ et (D): $x\sqrt{3} - y\sqrt{2} - 1 = 0$.
c. $A(-2;1)$ et (D): $5x + 12y - 28 = 0$.
d. $A(0;-1)$ et (D): $y = 2x - 2$.

Approfondir les apprentissages

Exercice 7

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $\vec{v} = 2x\vec{i} - x\vec{j}$ où x est un nombre réel.

1) Montrer que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux.

2) Déterminer x pour que : $\|\vec{v}\| = \sqrt{5}$

Exercice 8

On considère dans le plan les points $A(-2;3)$, $B(2;0)$ et $M(x;y)$ tels que x et y sont deux nombres réels.

1) Vérifier que : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 4x - 3y + 17$.

2) Soit (D) l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan, vérifiant $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 15$

- a. Montrer que (D) est la droite définie par l'équation : $4x - 3y + 2 = 0$.
b. En déduire que les droites (D) et (AB) sont perpendiculaires.
c. Vérifier que $d(B;(D)) = 2$.

Exercice 9

Soient $A(1;2)$, $B(1;-3)$ et $C(3;1)$ trois points du plan, et soient (Δ) et (Δ') les médiatrices respectives des segments $[AC]$ et $[BC]$.

1) Déterminer une équation cartésienne de chacune des droites (Δ) et (Δ') .

2) En déduire que les droites (Δ) et (Δ') sont perpendiculaires.

Exercice 10

On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct, les points $A(2;1)$, $B(0;2)$ et $C\left(\frac{1}{2};1\right)$

1) Calculer $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ et $\sin(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA})$.

- 2) a. Calculer $\sin(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB})$.
 b. Que peut-on déduire ?

Exercice 11

On considère dans le plan les points $A(1;1)$ et $B(x;y)$ tels que x et y sont deux nombres réels

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$; le système :
$$\begin{cases} x + y = \sqrt{3} \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$$
- 2) Déterminer x et y pour que le triangle AOB soit isocèle de sommet O et $\angle AOB = \frac{\pi}{6}$

Expression analytique

Exercice 12

On considère dans le plan les points $A(0;1)$; $B(4;1)$ et $C(x;y)$ tels que x et y sont deux nombres réels. Déterminer x et y pour que le triangle ABC soit équilatéral.

Exercice 13

On considère dans le plan rapporté au repère orthonormé direct $(0; \vec{i}, \vec{j})$, les points $A(1;-2)$; $B(3;1)$ et $C(1;3)$.

- 1) a. Calculer $\sin(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.
 b. En déduire l'aire du triangle ABC .
- 2) a. Donner une équation de la droite (AB) .
 b. Calculer la distance du point C à la droite (AB) .
 c. En déduire de nouveau, l'aire du triangle ABC .

Exercice 14

Déterminer les valeurs du nombre réel a pour lesquelles les droites (D) et (D') soit perpendiculaires dans chacun des cas suivants (si c'est possible).

- a. $(D): x - 3y + 5 = 0$ et $(D'): 2x - (a + 1)y = 0$
 b. $(D): y = -ax + 2$ et $(D'): ax + (a - 2)y - 1 = 0$
 c. $(D): ax + y - 3 = 0$ et $(D'): ax + (a + 2)y - a = 0$

Exercice 15

On considère dans le plan les points $A(3; -1)$; $B(-2;1)$ et $C(x;2)$ où $x \in \mathbb{R}$.

- 1) a. Déterminer x pour que le triangle ABC soit isocèle de sommet C .
 b. Donner une solution géométrique permettant une construction du point C (sans calculer x) dans ce cas.
- 2) a. Déterminer x pour que le triangle ABC soit isocèle de sommet A .
 b. Donner une solution géométrique permettant une construction du point C dans ce cas (sans calculer x).