Série d'exercices sur

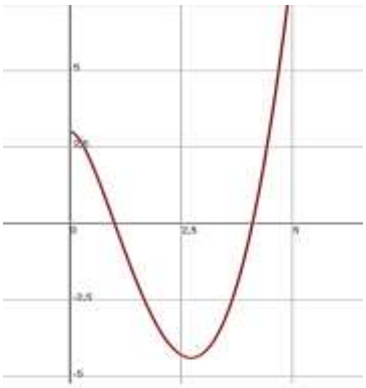
« Les fonctions Logarithmiques et Exponentielles »

EXERCICE 1

1. *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'équation:* $\dfrac{e^{x^2-3}}{e^{3x+1}}=\dfrac{e^x}{e^{2x^2}}$
2. *Résoudre dans* $\mathbb{R}$ *l'inéquation :* $e^{3x-2}\times e^{1-5x}\leq 1$

EXERCICE 2

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ *par :* $f(x)=x^2(2\ln(x)-3)+3$.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable.
La courbe représentative (C_f) *de la fonction f est donnée ci-dessous dans un repère orthogonal.*



1. *On note* f' *la dérivée de la fonction f.*
   a. *Montrer que pour tout réel x strictement positif, on a :* $f'(x)=4x\ln(x)-4x$.
   b. *Étudier le signe de* $f'(x)$.
   c. *En déduire le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle* $]0;+\infty[$.
2. *Déterminer une équation de la tangente* $\mathcal{D}$ *à la courbe* (C_f) *représentative de la fonction f au point A d'abscisse 1.*
3. a. *Déterminer le nombre de solutions de l'équation* $f(x)=0$.
   b. *Donner les valeurs, éventuellement arrondies à* 10^{-3} *près, de chacune des solutions.*
4. *Étudier les positions relatives de la courbe* (C_f) *par rapport à sa tangente* $\mathcal{D}$.

5.

EXERCICE 3

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ *par :*

$$\begin{cases} f(x)=x^2-1+2x^2\ln x \ ;si\ x\neq 0 \\ f(0)=-1 \end{cases}$$

1) a) *Montrer que :* $\lim\limits_{x\to 0^+} x^2\ln x=0$.
   b) *Calculer* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ *, puis Etudier la continuité de f à droite de 0.*
   c) *Etudier la dérivabilité de f à droite de 0. Donner une interprétation géométrique.*
2) a) *Calculer* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.
   b) *Calculer* $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$.
   c) *En déduire la nature de la branche infinie de* (C_f) *au voisinage de* $+\infty$.

EXERCICE 4

f est définie sur IR par : $f(x)=x+\dfrac{e^x-1}{e^x+1}$

1) a) *Calculer* $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$.
   b) *Calculer* $\lim\limits_{x\to -\infty}\left(f(x)-(x-1)\right)$ *, puis donner une interprétation géométrique.*
2) a) *Calculer* $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.
   b) *Calculer* $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$
   c) *En déduire la nature de la branche infinie de* (C_f) *au voisinage de* $+\infty$.

EXERCICE 5

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ *par :*

$$f(x)=3x-1+\frac{\ln x}{x}$$

1) *Calculer* $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, *puis interpréter géométriquement le résultat obtenue.*

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b)Montrer que (C_f) admet une asymptote oblique (Δ) au voisinage de $+\infty$.

c) Etudier la position relative de (C_f) et (Δ).

EXERCICE 6

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ *par :*

$$f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$, puis interpréter géométriquement le résultat obtenue.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

c) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.

EXERCICE 7

La fonction f est définie sur $]0;+\infty[$ *par :*

$$f(x)=x^2-1-(\ln x)^2$$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$, puis interpréter géométriquement le résultat obtenue.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$

c) Etudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de

de

$+\infty$.

EXERCICE 8

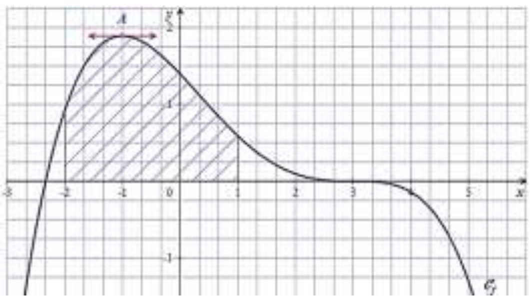
Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x)=(2-x)e^x$.

Sa courbe représentative notée (C_f) *est tracée ci-dessous dans le plan muni d'un repère orthonormé.*

1. a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Montrer que pour tout nombre réel x, on a :
   $f'(x)=(1-x)e^x$.
   b) Étudier les variations de la fonction f.
2. Montrer que sur l'intervalle $[1;2]$, l'équation $f(x)=2$ admet une solution unique α . déterminer la valeur arrondie à 10^{-2} près de α.
3. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{D}$ à la courbe (C_f) au point A d'abscisse 0.
   Tracer la droite $\mathcal{D}$ dans le repère précédent.
4. a) On note f'' la dérivée seconde de la fonction f.
   Calculer $f''(x)$.
   b) Étudier la convexité de la fonction f.
   c) La courbe représentative de la fonction f a-t-elle un point d'inflexion ? Si oui, donner ses coordonnées.

EXERCICE 9

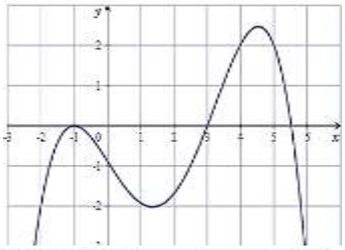
La courbe (C_f) *tracée ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction* f *définie et dérivable sur* $\mathbb{R}$.
On note f' *la dérivée de la fonction* f *et* F *une primitive de la fonction* f.

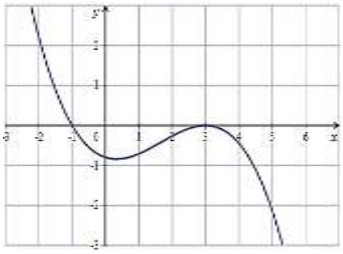


1. Déterminer graphiquement une valeur approchée à l'unité de l'intégrale $\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$.

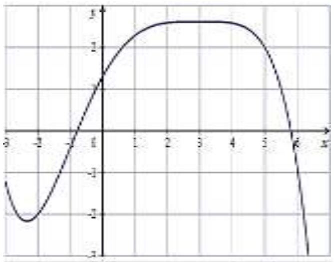
2. *Une des quatre courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' et une autre celle de la fonction F.*

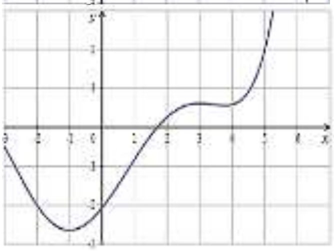
<u>*Courbe 1*</u> <u>*Courbe 2*</u>





<u>*Courbe 3*</u> <u>*Courbe 4*</u>





a. *Déterminer la courbe associée à la fonction f' et celle qui est associée à la fonction F.*

b. *En déduire la valeur de l'intégrale* $\int_{-2}^{5} f\left(x\right)dx$.

c. *La courbe représentative de la fonction F admet-elle des points d'inflexion ?*

www.guessmaths.co E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com whatsapp : 0604488896