Série n°5 d'exercices sur « Généralités sur les fonctions » TCF

Exercice n°1

On considère les deux fonctions f et g définies par $f(x)=-x^2+4x-5$ et $g(x)=\dfrac{-x+3}{x-2}$

1. a) Ecrire le plus simplement possible $T=\dfrac{g(x)-g(y)}{x-y}$ pour x et y deux éléments distincts de D_g déduire les variations de g sur les deux intervalles $]-\infty;2[$ et $]2;+\infty[$

   b) Donner le tableau des variations de g et les éléments caractéristiques de C_g
2. a) Ecrire l'expression canonique de $f(x)$ puis déduire la valeur maximale de f

   b) Donner le tableau des variations de f et les éléments caractéristiques de C_f
3. Construire dans le même repère les deux courbes C_f et C_g
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x)\leq g(x)$

Exercice n°2

On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$

1) Etudier la parité de la fonction f
2) Déterminer la nature et les caractéristiques de la courbe (C_f)
3) a) Construire dans un même repère les deux courbes (C_f) et la parabole (P) d'équation $y=x^2$

   b) Résoudre graphiquement l'inéquation $\dfrac{2x}{x+1}-x^2\geq 0$
4) Soit g la fonction définie par $g(x)=\dfrac{2|x|}{|x|+1}$

   a) Etudier la parité de la fonction g

   b) Montrer que $g(x)=f(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}^+$

   c) Construire dans le même repère la courbe de la fonction g.

Exercice n°3

On considère la fonction f définie par : $f(x)=x^2-2x$

1. Etudier la parité de f
2. a) Ecrire le plus simplement possible $T=\dfrac{f(a)-f(b)}{a-b}$ pour tout a et b distincts de D_f

   b) Déduire les variations de f sur chacun des deux intervalles $]-\infty;1]$ et $[1;+\infty[$

   c) Dresser le tableau des variations de f sur D_f

   d) Déduire les extremums de f (s'ils existent)
3. Calculer $f(2)$ et $f(3)$ puis tracer C_f dans un repère orthonormé.
4. On considère la fonction g définie par $g(x)=x|x|-2x$

   a) Etudier la parité de g

   b) Montrer que $g(x)=f(x)$ pour tout x de $[0;+\infty[$

   c) Dresser le tableau des variations de g (justifier)

   d) Tracer C_g dans le même repère (avec une autre couleur)

Exercice n°4

On considère les fonctions f et g et h telles que :

$$f(x) = x^2 \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{x} \qquad \text{et} \qquad h(x) = \frac{x+1}{2}$$

1- Résoudre dans IR l'équation : $g(x) = h(x)$

2- Construire les courbes (C_f) et (C_g) et (C_h) dans un même repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

3- Résoudre graphiquement les inéquations :

a) $\frac{1}{x} < x + 1$ b) $2x^2 - x \geq 1$ c) $\frac{1}{x} - x^2 \geq 0$