

Exercice 1. (6pts)

On considère les nombres $a = 2340$ et $b = 504$.

- 1) Montrer que : $a = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 13$ et $b = 2^3 \times 3^2 \times 7$.
- 2) Déterminer le $\text{pgcd}(b;a)$ et le $\text{ppcm}(b;a)$.
- 3) Déterminer le nombre de diviseurs de l'entier a .
- 4) Donner la forme simplifiée du nombre $13b a7$.
- 5) Montrer que le nombre $\sqrt{\frac{a \times b}{910}}$ est un entier naturel. (Remarquer que $91 = 13 \times 7$)
- 6) Montrer que le nombre $\frac{450ab}{91}$ est un entier naturel.

Exercice 2. (4pts)

Soit n entier naturel.

On pose $K = (3n+1)(3n+2)+1$; $U = 9n^2+6n+1$ et $V=9n^2+12n+4$

- 1) Déterminer la parité de K .
- 2) Montrer que U et V sont des carrés parfaits.
- 3) Montrer que : $U < K < V$.
- 4) Montrer que \sqrt{K} n'est pas un entier.

Exercice 3. (3pts)

1) Soit l'expression algébrique: $E(x) = (4x^2 - 9) + (5x+3)(2x+3) - (2x+3)^2$

a) Factoriser $E(x)$.

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $(4x^2 - 9) + (5x+3)(2x+3) - (2x+3)^2 = 0$

2) Ecrire les nombres suivants sous la forme $\frac{a}{b}$ avec $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}$:

$x = 7, 33 \dots \bar{3} \dots$, $y = 69, 72525 \dots \bar{25} \dots$

Exercice 4. (5pts)

Soient les nombres $x \in \mathbb{N}$ et $y \in \mathbb{N}$, tels que : $1 < y - x$ et $2 < x$.

On admet que 101 est un nombre premier.

- 1) Montrer que 1313 est divisible par 13.
- 2) Déterminer (D_{1313}) l'ensemble des diviseurs de 1313 .
- 3) Développer $(x-2)(y-3)$.
- 4) Montrer $0 < x-2 < y-3$.
- 5) Déterminer tous les nombres entiers x et y vérifiant la relation : $xy - 3x = 2y + 1307$.

Exercice 5. 3pts

Soit n entier naturel. on pose $a = 5 \times 19^{2n+1} - 23 \times 19^{2n}$ et $b = 2 \times 19^{n+1} + 10 \times 19^n$

- 1) Montrer que a est un multiple de 72 , et que b est un multiple de 48 .
- 2) Décomposer les entiers a et b en produit de facteurs premiers.
- 3) Calculer le $\text{pgcd}(a;b)$ et le $\text{ppcm}(a;b)$.