

Exercice 1

Ecrire en extension les ensembles:

$$A = \{x \in \mathbf{Z} / 3 < |2x-1| < 5\}, \quad B = \left\{ \frac{n}{p} / (n; p) \in \mathbf{N}^2 \text{ et } 1 \leq p \leq 2n \leq 7 \right\}$$

Exercice 2

Ecrire l'ensemble des parties de $E = \{a; b; c; d\}$.

Exercice 3

soient A ; B et C trois sous-ensembles de E. On rappelle que $A \Delta B = (A-B) \cup (B-A)$

1) Montrer que : $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$.

2) Déterminer : $A \Delta A$; $A \Delta \emptyset$; $A \Delta E$; $A \Delta \bar{A}$

3) Montrer que : $(A \Delta B) \cap C = (A \cap C) \Delta (B \cap C)$ et $(A \Delta B) \cap \bar{C} = (A \cup C) \Delta (B \cup C)$.

4) Montrer que : $A \Delta B = \bar{A} \Delta \bar{B}$; $A \cup B = (A \Delta B) \cup (A \cap B)$ et $A - B = (A \cup B) \Delta B$

5) Montrer que : $A \Delta B = \emptyset \Leftrightarrow A = B$

Exercice 4

Soit E un ensemble et soit $A; B \in P(E)$

Résoudre les équations suivantes, d'inconnue $X \in P(E)$:

1) $A \cup X = B$

2) $A \cap X = B$

Exercice 5

On considère les ensembles $A = \left\{ \frac{2}{\sqrt{a^2+4}} / a \in \mathbf{R} \right\}$; $B = \left\{ \frac{2}{2+\sqrt{b^2+4}} / b \in \mathbf{R} \right\}$

1) Vérifier que $\frac{3}{2} \in A$ et que $\frac{3}{2} \notin B$

2) Montrer que $B \subset A$

3) Montrer que $A =]0; 1]$

Exercice 6

On considère les ensembles $A = \{2k-1 / k \in \mathbf{Z}\}$; $B = \left\{ \frac{2k-1}{5} / k \in \mathbf{Z} \right\}$

1) vérifier que $7 \in B$ et que $8 \notin B$

2) Montrer que $A \subset B$

Exercice 7

On considère les ensembles $A = \left\{ \frac{-2n-1}{2n+2} / n \in \mathbf{N} \right\}$; $B = \left\{ (-1)^n + \frac{1}{n+1} / n \in \mathbf{N} \right\}$ et $C = \left\{ \frac{2n+2}{2n+1} / n \in \mathbf{N} \right\}$

1) Montrer que $A \subset B$

2) Montrer que $B = A \cup C$

Exercice 8

On considère les ensembles $A = \{(x; 1 + \sqrt{x-1}) / x \geq 1\}$; $B = \{(x^2 - 2x + 2; x) / x \geq 1\}$;

$C = \left\{x = \frac{1}{n} / n \in \mathbb{N}^*\right\}$ et $D = \left\{x = \frac{1}{n+1} / n \in \mathbb{N}\right\}$

- 1) Montrer que $A = B$
- 2) Montrer que $C = D$

WWW.GUESSMATHS.CO