Questions indépendantes

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation Suivante : $(x+1)^5+32 = 0$

2) Soit h la fonction définie Sur $\mathbb{R}$ par : $h(x)=\sqrt[3]{x^2+4}$.

   a) Montrer que h est dérivable Sur 2 et que pour tout x de $\mathbb{R}$: $h'(x)=\dfrac{2x}{3\left(\sqrt[3]{x^2+4}\right)^2}$

   b) Dresser le tableau des variations de h.

   c) Ecrire l'équation réduite de la droite tangente à (C_h) la courbe de h, au point $(2;2)$.

Problème :

Soit f la fonction définie Sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\sqrt[3]{x+6}+5 & si\ x>2 \\ f(x)= x^3+2x-5 & si\ x\leq 2 \end{cases}$

Partie A

1) Montrer que f est continue en 2.

2) a) Montrer que f est Dérivable à droite en 2.

   b) Interpréter ce résultat graphiquement

3) a) Etudier la Dérivabilité de f à gauche en 2.

   b) f est-elle Dérivable en 2 ? Justifier.

Partie B

Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I=]-\infty;2]$

1) Déterminer l'image de l'intervalle $I=]-\infty;2]$ par g et justifier votre réponse.

2) Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une seule solution α dans I et que $1<\alpha<2$.

3) Déterminer à l'aide de la dichotomie un encadrement de α à $0,25$ prés.

4) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

b) Dresser le tableau de variations de g^{-1} sur J.

c) Déterminer $g^{-1}\left(\left[0;\frac{11}{8}\right]\right)$ et montrer que g^{-1} est dérivable en 0 et que $\left(g^{-1}\right)'(0)=\dfrac{1}{3\alpha^2+2}$.