

**EXERCICE 1**

On considère les points  $A(4;8)$ ,  $B(2;0)$  et  $C(-1;5)$

- 1) Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment  $[BC]$
- 2) Déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle  $ABC$  issue de  $B$

**EXERCICE 2**

On considère les points  $A(2,-1)$ ,  $B(-4,-3)$  et  $C(1,-3)$

- 1) Montrer que les points  $A$ ,  $B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
- 2) Calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ ,  $AB$  et  $AC$
- 3) Calculer  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$  et  $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ , en déduire  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

**EXERCICE 3**

- 1) En utilisant l'inégalité de CAUCHY- SHWARZ, montrer que

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y \leq (1+x^2)(1+y^2)$$

- 2) En utilisant l'inégalité triangulaire, montrer que pour tous réels  $a_1, a_2, \dots, a_n$  et  $b_1, b_2, \dots, b_n$  on

$$a: \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n b_i\right)^2} \leq \sum_{i=1}^n \sqrt{a_i^2 + b_i^2}$$

**EXERCICE 4**

Soit  $(C)$  le cercle d'équation  $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  et  $A(3,-2)$  un point extérieur de  $(C)$

Déterminer les équations des deux tangentes au cercle  $(C)$  passant par le point  $A$

**EXERCICE 5**

Soit  $(C_m)$  l'ensemble des points tels que  $x^2 + y^2 - 2mx + 2my + 4m - 2 = 0$  avec  $m \in \mathbb{R} - \{1\}$

- 1) Montrer que pour tout  $m$  de  $\mathbb{R} - \{1\}$ ,  $(C_m)$  est un cercle
- 2) Déterminer l'ensemble des centres des cercles  $(C_m)$  lorsque  $m$  décrit  $\mathbb{R} - \{1\}$
- 3) Montrer que tous les cercles  $(C_m)$  sont tangents à une droite  $(\Delta)$  fixe dont on déterminera son équation cartésienne.

**EXERCICE 6:**

Soit  $(C_m)$  l'ensemble des points tels que  $x^2 + y^2 + 2mx - 2my - 8 = 0$  avec  $m \in \mathbb{R}$

- 1) Montrer que pour tout  $m$  de  $\mathbb{R}$ ,  $(C_m)$  est un cercle.
- 2) Déterminer l'ensemble des centres des cercles  $(C_m)$  lorsque  $m$  décrit  $\mathbb{R}$
- 3) Montrer que tous les cercles  $(C_m)$  passent par deux points fixes à déterminer ses coordonnées

**EXERCICE 7:**

Soit  $MAB$  un triangle et  $I$  le milieu de  $[AB]$

1) Montrer que :

$$(I) MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2, \quad (II) MA^2 - MB^2 = 2\vec{MI} \cdot \vec{BA}, \quad (III) \vec{MA} \cdot \vec{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$$

2) Déterminer  $E_k$  l'ensemble des points  $M$  vérifiant les égalités suivantes:

a)  $MA^2 + MB^2 = k$

b)  $MA^2 - MB^2 = k$

c)  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = k$

**EXERCICE 8:**

Résoudre graphiquement le système suivant : 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 \leq 0 \\ x + y + 1 \geq 0 \end{cases}$$