

Exercice 1

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+x}$

- 1) montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+) ; x + y \geq 2\sqrt{xy}$
- 2) déterminer D_f ; puis montrer que f est bornée

Exercice 2

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x - 2\sin x}{|x| + 3}$

- 1) montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; |x - 2\sin x| \leq |x| + 2$
- 2) déduire que f est bornée

Exercice 3

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{x \cos x}{x^2 + 1}$

- 1) montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; x^2 + 1 \geq 2|x|$
- 2) déduire que f est bornée

Exercice 4

On considère la fonction $f(x) = \frac{4x + 3}{\sqrt{x^2 + 1}}$

- 1) Développer et simplifier $(4x + 3)^2 + (4x - 3)^2$
- 2) déduire que f est bornée

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x+4} - \sqrt{x+1}$

- 1) déterminer D_f et montrer que f est minorée
- 2) calculer et déduire que $(\sqrt{x+4} + \sqrt{x+1})f(x)$; et montrer que : $\text{Max}f(x) = \sqrt{3}$

Exercice 6

On considère la fonction $f(x) = x - \sqrt{x^2 - x + 1}$

- 1) déterminer D_f
- 2) développer $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ et déduire que f est majorée

Exercice 7

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 - x + 1}$

- 1) montrer que f admet un minimum en $a = 0$
- 2) montrer que f admet un maximum en $b = 2$