

Exercice 1

On considère les points $A(0;-2;-2)$; $B(1;-2;-4)$ et $C(-3;-1;2)$

1/ a/ Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

b/ Dédurre que : $2x + 2y + z + 6 = 0$ est l'équation cartésienne du plan (ABC)

2/ On considère la sphère (S) d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$

On vérifie que la sphère (S) a pour centre le point $\Omega(1;0;1)$ et pour rayon $R = 5$.

3/ a/ Vérifier que : $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases} / (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite

(Δ) passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC)

b/ Déterminer les coordonnées du point H l'intersection du plan (ABC) et la droite (A)

4/ Vérifier que $d(\Omega; (ABC)) = 3$ et en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) et déterminer son centre et son rayon.

Exercice 2

On considère les points $A(-1;0;3)$; $B(3;0;0)$ et $C(7;1;-3)$

1/ a/ Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$

b/ Dédurre que $3x + 4z - 9 = 0$ est l'équation cartésienne du plan (ABC)

2/ On considère la sphère (S) d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

On vérifie que la sphère (S) a pour centre le point $\Omega(3;1;0)$ et pour rayon $R = 5$

3/ Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC).

a/ Montrer que : $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} / (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ).

b/ Montrer que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points $E(6;1;4)$ et $F(0;1;-4)$

Exercice 4

On considère les points $A(0;1;1)$; $B(-2;1;-1)$; $C(0;2;1)$ et $M(x;y;z)$

1/ a/ Calculer $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{BM}$

b/ Dédurre que l'ensemble des points $M(x;y;z)$ tel que : $\overrightarrow{AM} \wedge \overrightarrow{BM} = 3$ est une sphère (S) ; puis déterminer le centre Ω et le rayon R de la sphère (S)

2/ a/ Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b/ En déduire que les points A ; B et C ne sont pas alignés.

c/ Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC)

3/ Déterminer la représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC)

4/ a/ Calculer $d(\Omega; (ABC))$ la distance entre le point Ω et le plan (ABC)

b/ Déduire l'intersection du plan (ABC) et la sphère (S)

Exercice 5

1/ On considère sphère (S) de centre $\Omega(1; -3; 2)$ et de rayon $R = 3$.

Déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S)

2/ On considère la droite : $(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - 2t \\ z = 2 + t \end{cases} \quad / \quad (t \in \mathbb{R})$

a/ Montrer que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points I et J tel que l'abscisse de I négatif.

b/ Vérifier que $[IJ]$ est un diamètre de la sphère (S)

3/ On $A(1; 1; 1)$; $B(1; 2; 3)$ et $C(2; 1; -1)$

a/ Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$

b/ Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC)

c/ Calculer l'aire du triangle ABC

4/ a/ Calculer $d(\Omega; (ABC))$ la distance entre le point Ω et le plan (ABC)

b/ Vérifier que $(\Delta) \perp (ABC)$

5/ Déterminer le point d'intersection du plan (ABC) et la sphère (S)

6/ Déterminer une équation cartésienne du plan (Q) tangent à la sphère (S) et strictement parallèle au plan (ABC)