



guessmaths

Devoir 02

2ème Bac PC SVT

Date: 22-12-2022

Durée : 3 Heures

EXERCICE 01

Soit (u_n) la suite définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{4u_n + 3}{u_n + 2} \end{cases} (\forall n \in \mathbb{N})$$

1- a) Vérifie que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; u_{n+1} = 4 - \frac{5}{u_n + 2}$

b) Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; -1 \leq u_n \leq 3$

2- Montrer que (u_n) est croissante puis déduire qu'elle est convergente

3- Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

4- On pose pour tout $n \in \mathbb{N} : v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$ et son premier terme $v_0 = -3$

b) Calculer v_n puis u_n en fonction de n .

c) Calculer en fonction de n la somme $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

d) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

EXERCICE 02

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x} + x$

1- a) Montrer que : $D_f =]-\infty, -2] \cup [0, +\infty[$

b) Vérifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$; puis interpréter le résultat graphiquement.

c) Vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (2x + 1) = 0$; puis interpréter le résultat graphiquement.

2- a) Montrer que : $(\forall x \in]0, +\infty[) ; \frac{f(x) - f(0)}{x} = 1 + \frac{x + 2}{\sqrt{x^2 + 2x}}$

b) Étudier la dérivabilité de f à droite de 0

c) Interpréter les résultats géométriquement

3- a) Montrer que : $(\forall x \in]-\infty, -2[) ; \frac{f(x) - f(-2)}{x + 2} = 1 + \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x}}$

b) Étudier la dérivabilité de f à gauche de -2

c) Interpréter les résultats géométriquement

4- a) Montrer que : $(\forall x \in]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[); f'(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} + 1$

b) Déduire que f est décroissante sur $]-\infty, -2[$ et croissante sur $]0, +\infty[$

5- Soit g la restriction de f sur $]0, +\infty[$

a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

b) Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans un même repère orthonormé.