

Utiliser $\cos(a+b)$; $\sin(a+b)$ et $\tan(a+b)$

Exercice 1:

1. a) Vérifier que : $\frac{7\pi}{12} = \frac{3\pi}{4} - \frac{\pi}{6}$.

2. a) Calculer $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$; $\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{7\pi}{12}\right)$

b) Calculer $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

b) Vérifier que : $\frac{11\pi}{12} = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$.

c) Calculer $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$; $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ et $\tan\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

Exercice 2:

Simplifier les expressions suivantes:

$$A = \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right).$$

$$B = \sin\left(\frac{5\pi}{6} + x\right) - \sin\left(\frac{7\pi}{6} + x\right).$$

$$C = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \times \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right); \text{ où } x \neq \frac{3\pi}{4} + k; k \in \mathbb{Z}.$$

Exercice 3:

Exprimer en fonction de $\cos x$ et $\sin x$ les expressions suivantes :

1. $\sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

2. $\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

3. $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

4. $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$.

Exercice 4:

Soit α un réel de l'intervalle $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$ tel que : $\sin \alpha = -\frac{12}{13}$.

Déterminer la valeur de $\cos\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right)$.

Exercice 5:

Soit α et β des réels de l'intervalle $\left]0; \frac{\pi}{4}\right[$ tels que : $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ et $\sin \beta = \frac{1}{\sqrt{10}}$

Montrer que : $\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$.

Exercice 6:

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \cos(7x) \times \sin(6x) - \sin(7x) \times \cos(6x)$$

$$B = \cos(x) \times \cos(2x) - \sin(x) \times \sin(2x)$$

$$C = \cos(3x) \times \sin(2x) + \cos(2x) \times \sin(3x)$$

$$D = \cos(x) \times \cos(2x) \times \cos(3x) + \cos(x) \times \sin(2x) \times \sin(3x) + \sin(x) \times \cos(2x) \times \sin(3x) - \sin(x) \times \sin(2x) \times \cos(3x)$$

Exercice 7:

Sachant que : $\cos b = \sin a = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ où on a : $0 < b < \frac{\pi}{2}$ et $0 < a < \frac{\pi}{2}$.

Déterminer la valeur de $a + b$.

Exercice 8:

a et b sont deux réels tels que: $0 < a < \frac{\pi}{2}$, $b < 0$, $\tan(a) \times \tan(b) = 3 - 2\sqrt{3}$ et $a + b = \frac{\pi}{4}$

Déterminer a et b .

Exercice 9:

Montrer que pour tout a de $\mathbb{R}$, on a :

$$\blacksquare \sin 2a = \sin\left(\frac{\pi}{3} + 2a\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2a\right).$$

$$\blacksquare \cos 2a = \cos\left(\frac{\pi}{3} + 2a\right) + \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2a\right).$$

Exercice 10 :

Soit $x \in \left]0; \frac{\pi}{4}\right[$; montrer que: $\frac{\sin 6x}{\sin 2x} - \frac{\cos 6x}{\cos 2x} = 2$

(On pourra utiliser $\cos(2a)$, $\sin(2a)$ et $\tan(2a)$).

Exercice 11:

En utilisant $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

calculer $\cos^2\left(\frac{\pi}{12}\right)$; puis en déduire $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

Exercice 12 :

Calculer $\sin(2x)$ dans chacun des cas suivants :

1. $\sin(x) = \frac{1}{3}$ et $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

2. $\sin(x) = -\frac{3}{5}$ et $x \in \left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$

3. $\cos(x) = -\frac{4}{5}$ et

$x \in [-\pi; 0]$.