



Série n°1 d'exercices non corrigés sur les suites numériques

Exercice 1

1) On considère une suite arithmétique (V_n) de raison $r = 2$ et de premier terme $V_0 = 3$.

a) Calculer V_n en fonction de n .

b) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1} + V_n$ en fonction de n .

2) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{V_n}{n} \right)$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{S_n}{n^2} \right)$

3) On considère la suite (U_n) telle que :

$$V_n = \frac{2U_n + 1}{U_n + 2}$$

a) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

b) Calculer : $S'_n = \frac{1}{U_0 + 2} + \frac{1}{U_1 + 2} + \dots + \frac{1}{U_n + 2}$

c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{S_n}{n^3} \right)$.

Exercice 2

On considère la suite numérique (U_n) définie par

$$: U_n = \frac{3^n}{n+1}$$

1) Calculer $U_0 ; U_1 ; U_2 ; U_3$.

2) Calculer $U_{n+1} - U_n$, en déduire les variations de (U_n) .

3) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; n < U_n$.

Exercice 3

1) (V_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$, avec $V_0 = 7$.

a) Calculer V_n en fonction de n .

b) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1} + V_n$.

c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$

2) On considère la suite (U_n) telle que :

$$V_n = \frac{U_n}{3 - U_n}$$

a) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

b) Calculer : $S'_n = \frac{1}{U_0 - 3} + \frac{1}{U_1 - 3} + \dots + \frac{1}{U_n - 3}$

3) Calculer puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{S'_n}{n2^n} \right)$

Exercice 4

1) (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$,

avec $V_4 = \frac{4}{625}$.

a) Calculer V_0 puis V_n en fonction de n .

b) Calculer $A = V_{10} + V_{11} + \dots + V_{99} + V_{100}$

c) Calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1} + V_n$

2) On considère la suite (U_n) telle que :

$$V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 2} \quad \text{On pose:}$$

$$S'_n = \frac{1}{U_0 + 2} + \frac{1}{U_1 + 2} + \dots + \frac{1}{U_n + 2}$$

a) Montrer que : $\forall p \in \mathbb{N} : \frac{1}{U_p + 2} = \frac{1}{3}(1 - V_p)$.

b) Montrer que : $U_n = \frac{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}\right)^n}$ et que

$$S'_n = \frac{n}{3} + \frac{7}{36} + \frac{1}{18} \times \left(\frac{2}{5}\right)^n \times e$$

c) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ puis $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(S'_n - \frac{n}{3} \right)$.