Exercice 01 :

✓ Sachant que le reste de la division euclidienne d'un entier N par 3 est 2
Quels sont les restes possibles de la division euclidienne de N par 12 ?

Exercice 02 :

⇨ Soit $(x,y) \in (\mathbb{N}^*)^2$.

✓ Montrer que le plus petit entier naturel non nul k tel que y divise kx est un diviseur de y .

Exercice 03 :

1)- Montrer que le nombre $3^{2n+1} + 2^{4n+2}$ est divisible par 7 pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2)- Soit $n \in \mathbb{N}$, montrer que le nombre $2^n + 1$ est divisible par 3 si et seulement si n est impair .

Exercice 04 :

⇨ On considère les entiers naturels $a = 7056$ et $b = 5445$.

1)- Décomposer a et b en facteurs premiers .

2)- Déterminer le nombre de diviseurs positifs de a et b .

3)- Déterminer toutes les valeurs de l'entier naturel non nul k pour que a et $k.b$ aient le même nombre de diviseurs positifs .

Exercice 05 :

⇨ Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose : $a_n = 2 \times 10^n + 1$ et $b_n = 2 \times 10^n - 1$.

1)- Montrer que a_n est divisible par 3 pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

2)- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*), a_n \wedge b_n = b_n \wedge 2$, puis en déduire que $a_n \wedge b_n = 1$.

3)- Déterminer un couple d'entiers relatifs (u,v) tels que : $a_n.u + b_n.v = 1$.

4)- a)- Le nombre b_3 est-il premier ? justifier votre réponse .

b)- Le nombre $N = 2^{1998} - 1$ est-il divisible par b_3 ? justifier votre réponse .

Exercice 06 :

1)- Décomposer le nombre 469 en facteurs premiers .

2)- Résoudre dans $\mathbb{N}^2$ l'équation suivante : $(E) : x^3 - y^3 = 469$.

Exercice 07:

✓ Résoudre dans $\mathbb{Z}$, l'équation suivante : $(E): n^2+3n+6\equiv 0[5]$.

Exercice 08:

1)- a)- Soit $n\in\mathbb{N}$. Déterminer suivant les valeurs de n le reste de la division euclidienne de 2^n par 5 .

b)- En déduire le reste de la division euclidienne de $a=2^{2048}$ par 5 .

2)- Soit x un entier naturel tel que : $x\equiv 2[5]$.

✓ Montrer que le nombre $b=1+x+x^2+...+x^{2047}$ est divisible par 5 .

Exercice 09:

➩ Soit $(a,b)\in(\mathbb{N}^*)^2$ tel que $a>b$.

✓ Montrer que : $\dfrac{a^2+b^2}{a^2-b^2}\notin\mathbb{N}$ (On pourra raisonner par l'absurde).

Exercice 10:

➩ On considère le polynôme $\mathrm{P}(x)=x^3-18x-35$.

1)- Soit $n\in\mathbb{Z}$. Montrer que si n est une racine de $\mathrm{P}(x)$, alors n divise 35 .

2)- Déterminer D_{35} l'ensemble des diviseurs de 35 dans $\mathbb{Z}$.

3)- En déduire une solution entière de l'équation $(E):\mathrm{P}(x)=0$.

4)- Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation (E) .

Exercice 11:

➩ On pose : $a=2n+1$ et $b=5n+1$ Où $n\in\mathbb{Z}$.

1)- Déterminer un couple (u,v) d'entiers relatifs tel que : $au+bv=3$.

2)- Quels sont les valeurs possibles de $d=a\wedge b$? justifier votre réponse .

3)- Montrer que si $n\equiv 1[3]$, alors $d=3$.

4)- Que vaut d lorsque $n\equiv 0[3]$ où $n\equiv 2[3]$? justifier votre réponse .

Fin Du Sujet.