

Exercice 1

Soient les réels $x = \sqrt{17 + 12\sqrt{2}}$ et $y = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$

- 1) Montrer que : $x \cdot y = 1$
- 2) On pose $m = x + y$ et $p = x - y$
 - a) Calculer m^2 et p^2 .
 - b) Déduire une expression plus simple de x et de y .
 - c) Calculer $x^3 - y^3$

Exercice 2

Soit x un réel.

- 1) Montrer que : $1 - x^5 = (1 - x)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)$.
- 2) Déduire que : $1 + x^5 = (1 + x)(1 - x + x^2 - x^3 + x^4)$
- 3) Calculer alors l'expression $A = 1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{16} - \frac{1}{64} + \frac{1}{256}$

Exercice 3

- 1) Soient x et y deux réels strictement positifs.

Montrer que : $(x + y) \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \geq 4$

- 2) Sachant que : $a = \sqrt{28 - 16\sqrt{3}}$ et $b = \sqrt{12 - 6\sqrt{3}}$
 - a) Développer $(4 - 2\sqrt{3})^2$
 - b) Montrer que : $(a - 2b)$ est un entier.

Exercice 4

Soient a ; b et c des réels ; tels que : $a + b + c = 0$

- 1) a) Factoriser $(a^3 + b^3)$
 - b) Montrer que : $a^2 + b^2 = c^2 - 2ab$.
 - c) En déduire que : $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$.
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation :

$$(-2x + 1)^3 + (3x - 4)^3 + (-x + 3)^3 = 0$$

Exercice 5

Soit $A = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$

1) Montrer que : $A^2 + A = 1$ et que : $2A+1 = \sqrt{5}$.

2) En déduire que :

a) $\frac{1}{A} = 1 + A$.

b) $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{A+1}} + \frac{\sqrt{A+1}}{\sqrt{A}} = \sqrt{5}$

Exercice 6

1) a) On considère le réel $A = 94 - 42\sqrt{5}$.

b) Ecrire A sous forme $(a-b)^2$ ou a et b sont deux réels à déterminer.

c) Calculer $B = \sqrt{94 - 42\sqrt{5}} + 3\sqrt{5} - 7$.

2) Soit x un réel strictement positif. On pose $C = (1+x)^2$ et $D = 1+2x$.

a) Comparer C et D .

b) En déduire que : $(1,0000000003)^2 > 1,0000000006$