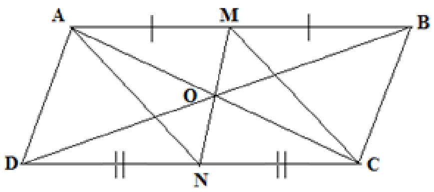
Calcul Vectoriel :

Prof : Radouane –Niv : T.C.S

Série d'exercices 1 :

Exercice 1 :

ABCD est un parallélogramme de centre O, les points M et N sont respectivement les milieux des segments $[AB]$ *et* $[DC]$



Compléter les égalités suivantes par une lettre de la figure :

1) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{...C}$;2) $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{...A}$;3) $\overrightarrow{DN} = \overrightarrow{M...}$

4) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{D...}$;5) $\overrightarrow{DN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{...B}$

6) $\overrightarrow{C...} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{..A}$;7) $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{..B}$

8) $\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} = \overrightarrow{D..}$

9) $\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{ND} = \overrightarrow{..M}$

Exercice 2 :

A,B,C et D étant 4 points du plan.
Démontrer que :

1) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \vec{0}$

2) $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

3) $-\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BA}$

4) $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AD}$

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle.

1) Construire les points E,F,G et H définis par :

a) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CH}$

d) $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{CH} = \overrightarrow{BH}$

2) Montrer que le quadrilatère ACEB est un parallélogramme.

Exercice 4 :

Soit $\vec{i}$ *et* $\vec{j}$ *2 vecteurs.*

Ecrire dans chacun des cas suivants le vecteur $\vec{u}$ *sous forme de* $a\vec{i} + b\vec{j}$ *où a et b sont des réels*

1) $\vec{u} = 3\vec{i} - 5\vec{j} - 7\left(-\vec{i} + 3\vec{j}\right)$

2) $\vec{u} = -\left(\vec{i} - 2\vec{j}\right) + 2\left(-\vec{i} + \vec{j}\right)$

3) $\vec{u} = -\frac{3}{2}\left(5\vec{i} + 4\vec{j}\right) - \frac{5}{3}\left(-3\vec{i} - 2\vec{j}\right)$

Exercice 5 :

Soit A,B et C 3 points.

1) Montrer que : $\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{CB} + 2\overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{BA} = 5\overrightarrow{AC}$

2) Montrer que :

$$\frac{5}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + 4\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

3) Montrer que pour tout point M du plan ;

$$3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 5\overrightarrow{MC} = 2\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AC}$$

4) Montrer que :

$$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{BC} + 4\overrightarrow{BA} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC} = -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

Exercice 6 :

Soit ABC un triangle.
Construire les points M,N,P et Q définis par :

1) $\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$

2) $\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{NB} = \vec{0}$

3) $5\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{BP} - 4\overrightarrow{CP} = \vec{0}$

4) $2\overrightarrow{BQ} - 3\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{QM} + 2\overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{QA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

Exercice 7 :

Soit A et B 2 points du plan ; E et F sont les points définis par :

$-\overrightarrow{AE} + 3\overrightarrow{BE} = \vec{0}$ *et* $\overrightarrow{FA} - 5\overrightarrow{BF} = \vec{0}$

1) Montrer que : $\overrightarrow{AF} = \frac{5}{6}\overrightarrow{AB}$

2) Montrer que : $\overrightarrow{AE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

3) a) En déduire que les vecteurs $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires.
b) Que peut-on déduire pour les points A,E et F ?

Exercice 8 :

$\overrightarrow{AI} + 2\overrightarrow{BI} = \vec{0}; 2\overrightarrow{AJ} = 5\overrightarrow{JC}$
$4\overrightarrow{BK} + 5\overrightarrow{CK} = \vec{0}; 2\overrightarrow{AG} + 4\overrightarrow{BG} + 5\overrightarrow{CG} = \vec{0}$

1) a) Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{BI}$ sont colinéaires.
b) Que peut-on déduire pour les points A,B et I ?
2) Montrer que les points A,J et C sont alignés
3) a) Montrer que : $2\overrightarrow{AG} + 9\overrightarrow{KG} = \vec{0}$
b) Que peut-on conclure pour les points A,G et K ?
4) a) Montrer que $\overrightarrow{JG} = \frac{4}{11}\overrightarrow{JB}$
b) En déduire que la droite (BJ) passe par le point G.
5) Montrer que : $\overrightarrow{IG} = \frac{5}{11}\overrightarrow{IC}$
6) En déduire que les droites (AK) ; (BJ) et (IC) passent par un point commun.

Exercice 9 :

Soit ABC un triangle ; I un point défini par :
$2\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
Montrer que I est le milieu de $[BC]$

Exercice 10 :

Soit ABCD un parallélogramme de centre O. I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[CD]$

1) Montrer que : $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$
2) En déduire que O est le milieu de
2) En déduire que O est le milieu de $[IJ]$

Exercice 11 :

ABC un triangle ; M,N et P sont les points définis par :

$3\overrightarrow{AM} - 2\overrightarrow{AB} = \vec{0}$
$3\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AC}$
$3\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BC}$

1) Montrer que : $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = -2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AP}$
2) En déduire que M est le milieu de $[NP]$