

Série d'exercices continuité et limites

Exercice 1

Considérons la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x^3 + 7x - 6}{|x - 3|} & ; x \neq 3 \\ g(3) = 20 \end{cases}$$

Etudier la continuité de g à droite et à gauche de 3.

Exercice 2

On considère la fonction numérique f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = x - \sqrt{x - 2} & ; x \geq 2 \\ f(x) = \frac{3}{3 - x} & ; x < 2 \end{cases}$$

Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

On considère la fonction g définie sur $I = [-1, +\infty[$ par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x} & ; x \neq 0 \\ g(0) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

1- f est-elle continue en 0 ?

2- g est-elle continue sur I ?

Exercice 4

On considère la fonction numérique f dont le tableau des variations est :

x	$-\infty$	-1	0	1	4	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	5	$+\infty$	-2	0	12

Déterminer l'image par f de chacun des intervalles suivants : $K =]0, +\infty[$ et $J = [-1, 0[$ et $I = [1, 4]$

Exercice 5

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 6$$

1- Vérifier que f est continue sur $\mathbb{R}$.

2- Vérifier que : $f(1)f(2) < 0$

3- Dédurre que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution α tel que : $1 < \alpha < 2$

4- Donner un encadrement du nombre α d'amplitude $5 \cdot 10^{-1}$.

Exercice 6

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = x^3 - x^2 + 1$$

1- Vérifier que f est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[-1, 0]$.

2- Vérifier que : $f(-1) \times f(0) < 0$

3- Dédurre que l'équation $x^3 - x^2 = -1$ admet une solution unique α tel que $-1 < \alpha < 0$

Exercice 7

1- Démontrer que $x^3 = 5$ admet une solution unique α tel que $1 < \alpha < 2$

2- Donner un encadrement du nombre α d'amplitude $25 \cdot 10^{-2}$.

Exercice 8

On considère la fonction numérique définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x+1} & ; x \geq 0 \\ f(x) = x^2 + \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$$

1- Etudier la continuité en 0.

2- f est-elle dérivable en 0.

Exercice 9

On considère la fonction numérique f définie par :

$$f(x) = x - \sqrt{x}$$

1- Déterminer D_f ensemble de définition de f .

2- Etudier la dérivabilité de f à droite de 0.

Exercice 10

$$f(x) = \sqrt{x^2 - 1} - x$$

1- Déterminer D_f ensemble de définition de f .

2- Etudier la dérivabilité de f à droite de $x_0=1$.

Exercice 11

On considère la fonction numérique f définie sur

l'intervalle $[1, +\infty[$ par : $f(x) = \sqrt{x-1}$

- Etudier la dérivabilité de f à droite de 1.