

Exercice 1

- 1) Montrer que la proposition : " $(\exists x \in \mathbb{R}); 2x^2 + x - 3 = 0$ " est vraie
- 2) Donner la négation de la proposition : " $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}); a^2 \leq b^2 \Rightarrow |a| \geq |b|$ "
- 3) Soit a et b deux nombres réels, en utilisant le raisonnement par contraposée, montrer que : " $(ab \neq 3 \text{ et } a \neq b) \Rightarrow (a^2b - ab^2 - 3a + 3b \neq 0)$ "
- 4) Montrer par récurrence que : " $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 + 7 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^n = \frac{1}{6}(7^{n+1} - 1)$ "

Exercice 2

On considère la fonction numérique de la variable réelle x définie par :

$$f(x) = x + 4 - 2\sqrt{x+1}$$

- 1) Vérifier que l'ensemble de définition de la fonction f est : $D_f = [-1; +\infty[$
- 2) a- Montrer que $(\forall x \in D_f); f(x) \geq 2$. Que peut-on conclure ?
b- Résoudre dans D_f l'équation $f(x) = 2$. Que peut-on conclure ?

Exercice 3

On considère les fonctions numériques f et g définies par : $f(x) = x^2 - 3x$ et $g(x) = \frac{-x+3}{x+2}$

Soit (C_f) et (C_g) les courbes représentatives des fonctions respectives f et g dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1) a- dresser le tableau de variations des fonctions f et g
b- déterminer la nature des courbes $(C_f), (C_g)$ et ses éléments caractéristiques
- 2) a- Résoudre dans l'équation $f(x) = g(x)$ puis donner une interprétation géométrique des résultats obtenus
b- déterminer les points d'intersection des courbes (C_f) et (C_g) avec les axes du repère.
- 3) Construire (C_f) et (C_g) dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$
- 4) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x) \geq g(x)$
- 5) On considère la fonction h définie par : $h = g \circ f$
a- Déterminer D_h l'ensemble de définition de la fonction h .
b- Montrer que : $(\forall x \in D_h); h(x) = \frac{-x^2 + 3x + 3}{x^2 - 3x + 2}$
c- Montrer que : $(\forall x \in]-\infty; 1[); h(x) \geq -1$