guessmaths

Devoir surveillé N° 3 2h **1.BAC – S.M** **Prof : HADDAR**

Exercice 1 : (6 pts)

ABC est un triangle. Soient I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[IC]$. K est le point d'intersection des droites (AC) et (BJ).

1,5p 1) *Montrer que J est le barycentre du système $\{(A,1);(B,1);(C,2)\}$.*

1,5p 2) *Montrer que K est le barycentre du système $\{(A,1);(C,2)\}$*

1,5p 3) *En déduire que $\overrightarrow{BJ}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BK}$*

1,5p 4) *Déterminer l'ensemble des points tels que : $4\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MC}\right\|=3\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|$*

Exercice 2 : (07 pts)

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{9}{6-u_n} \end{cases}$ $;n\in\mathbb{N}$

1,5p 1) *Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$; $1\le u_n<3$*

1,5p 2) *Etudier la monotonie de la suite (u_n)*

3) *Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on pose $v_n=\dfrac{1}{3-u_n}$*

a- Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique.

b-Calculer v_n puis u_n en fonction de n.

Exercice 3 : (07 pts)

Soient a et b deux nombres réels strictement positifs tels que : $a\neq b$

On considère la suite numérique (u_n) définie par : $\begin{cases} u_0=a+b \\ u_{n+1}=a+b-\dfrac{ab}{u_n} \end{cases}$ $;n\in\mathbb{N}$

1,5p 1) *Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$; $u_n>b$*

2) *Soit (v_n) la suite numérique définie par : $v_n=\dfrac{u_n-a}{u_n-b}$*

2p *a- Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q=\dfrac{b}{a}$*

2p *b-Calculer v_n puis u_n en fonction de n .*

1,5p *c- Calculer $S_n=\sum_{k=0}^{n-1}v_k$, puis $T_n=\sum_{k=0}^{n-1}\dfrac{1}{u_k-b}$ en fonction de n .*

Bonus

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\geq 1}$ *définie par :* $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$

1p *Montrer que la suite* $(u_n)_{n\geq 1}$ *est majorée par* 2.

GUESSMATHS.CO