Exercice 1

1. Etudier les variations de la fonction numérique : $f(x)=\frac{1}{4x}-x$

2. Soit g la fonction numérique définie par : $g(x)=\frac{1-4\cos^2 x}{4\cos x}$

   a) Déterminer D_g le domaine de définition de g

   b) Vérifier que : $(\forall x\in D_g)$; $g(x)=f(\cos x)$

   c) Montrer qu'on peut restreindre l'étude de g à l'ensemble $D_E=\left[0;\frac{\pi}{2}\right[\cup\left]\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

   d) Etudier les variations de la fonction numérique g sur D_E

   e) Dresser le tableau de variations de la fonction numérique g sur D_E

3. Construire (C_g) la courbe de g dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

4. Discuter suivant les valeurs de $m\in\mathbb{R}$, le nombre de solutions dans l'intervalle $[0;\pi]$ de l'équation $4\cos^2 x+4m\cos x-1=0$

Exercice 2

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=-x^4+2x^2+1$.

On appelle (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Etudier la parité de f.
2. Calculer $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
3. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.
4. Dresser le tableau de variations de f.
5. Tracer (C_f) dans le repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Exercice 3

Soit la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{1\}$, par : $f(x)=\frac{x^2+x+1}{x-1}$.

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Montrer que (C_f) admet un centre de symétrie en un point d'abscisse 1.
2. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. Que peut-on en déduire pour (C_f)?
3. Déterminer trois réels a, b et c tels que : $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-1}$.

4. En déduire l'existence d'une asymptote oblique pour (C_f) en $+\infty$.
5. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.
6. Dresser le tableau de variation de f.
7. Tracer (C_f).

Exercice 4

On donne la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{3}{x^2+2x-3}$

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f.
2. Montrer que la droite d'équation $x=-1$ est axe de symétrie de (C_f).

Dans la suite de l'exercice, la fonction f sera étudiée sur $[-1;1[\cup]1;+\infty[$.

3. Déterminer les limites en 1 et la limite en $+\infty$.
Que peut-on en déduire pour (C_f)?
4. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.
5. Dresser le tableau de variations de f.
6. Tracer (C_f).

Exercice 5

On donne la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2-2x+2}$

On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Déterminer les limites de f aux bornes du domaine, en déduire l'existence d'une asymptote horizontale (Δ) pour (C_f).
3. Etudier les positions relatives de (C_f) et de (Δ).
4. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.
5. Dresser le tableau de variations de f.
6. Donner une équation cartésienne de la tangente à (C_f) au point d'abscisse $x_0=1$
7. Tracer (C_f).

Exercice 6

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\cos(2x)-2\cos x$ et on note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. a) Montrer que f est 2π −périodique.
   b) Montrer que f est paire.
2. a) Montrer que la fonction dérivée de f s'écrit : $f'(x)=2\sin x(1-2\cos x)$.
   b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $[0;\pi]$.

3. Dresser le tableau de variations de f sur $\left[0;\pi\right]$.

4. Tracer $\left(C_f\right)$ sur un intervalle de longueur 4π.

Exercice 7

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f\left(x\right)=\dfrac{\sin x}{1-\sin x}$

Soit $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. Montrer que f est définie si et seulement si $x\neq\dfrac{\pi}{2}+2k\pi$ avec $k\in\mathbb{Z}$.

2. Montrer que f est 2π –périodique.

Pour la suite de l'exercice, on étudiera la fonction sur l'intervalle $\left]-\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right[$.

3. a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\frac{3\pi}{2}^+} f(x)$,

 b) Calculer $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} f(x)$,,

4. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.

5. Dresser le tableau de variations de f

6. Tracer $\left(C_f\right)$ sur $\left]-\dfrac{3\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right[$.

Exercice 8

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^2-|x|$ et on note $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. Montrer que f est paire.
2. Donner l'expression de f sans valeur absolue sur $\mathbb{R}^+$ puis sur $\mathbb{R}^-$.
3. Etudier la dérivabilité de ´f en 0.
4. Etudier la fonction f sur $\mathbb{R}^+$.
5. Tracer $\left(C_f\right)$ sur $\mathbb{R}$.

Exercice 9

On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x-\sqrt{|x-1|}$ et on note $\left(C_f\right)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1. Donner l'expression de f sans valeur absolue sur $\left[1;+\infty\right[$ et sur $\left]-\infty;1\right]$.
2. Etudier la dérivabilité de f en 1.
3. Etudier la fonction sur $\left]-\infty;1\right]$.
4. Etudier la fonction sur $\left[1;+\infty\right[$.
5. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
6. Tracer la courbe $\left(C_f\right)$.

WWW.GUESSMATHS.CO

Exercice 10

On définit sur R la fonction f par : $f(x) = x - E(x)$.

1. Montrer que f est périodique de période 1.
2. Donner l'expression de f sur $[0;1[$ puis sur $[1;2[$.
3. Tracer la courbe représentative de f sur $[-3;3[$.

WWW.GUESSMATHS.CO