Série d'exercices: la continuité d'une fonction   2éme Bac PC-SVT

Exercice n°1

Soit a un nombre réel et f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que : $\begin{cases} f(x)=x^3 & si\ \ x\geq 0 \\ f(x)=x+a & si\ \ x<0 \end{cases}$

1. Tracer dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ la courbe C_f dans le cas où $a=-1$.
2. graphiquement, est ce que la fonction f est continue sur $\mathbb{R}$.
3. Trouver la valeur de a pour que la fonction f soit continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice n°2

f est un fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=x-1 & si\ \ x\geq 1 \\ f(x)=(x-1)^2 & si\ \ x<1 \end{cases}$

Étudier la continuité de f en 1.

Exercice n°3

Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet au moins une solution dans I dans les cas suivants :

- $f(x)=7x^3-x-1 \quad ; \quad I=[0;1]$
- $f(x)=\cos x-x \quad ; \quad I=\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$
- $f(x)=x^3-2x^2+x+2 \quad ; \quad I=]-1;0[$
- $f(x)=x^4+x^3-9 \quad ; \quad I=[-2;2]$

Exercice n°4

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3x^3-4x^2+4x-1$

1. Dresser un tableau de variation de f
2. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule et unique solution x_0 dans $\mathbb{R}$.
3. Vérifier que : $x_0\in\,]0;1[$
4. En utilisant la méthode de dichotomie donner la valeur approchée de x_0 à 10^{-2} prés.

Exercice n°5

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3+x+1$.

1. Dresser un tableau de variation de f
2. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule et unique solution α dans l'intervalle $[-2;2]$.
3. En utilisant la méthode de dichotomie donner la valeur approchée de α à $1,25\times10^{-1}$.

Exercice n°6

f est une fonction définie sur l'intervalle $I=]-\infty;3]$ par : $f(x)=(x-3)^2-1$

Montrer que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J qu'on déterminera.

1. Calculer $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

Exercice n°7

www.guessmaths.co   E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com   whatsapp : 0604488896

1. Comparer a ; b et c dans le cas où : $a=\sqrt{5}$; $b=\sqrt[6]{806}$; $c=3^{\frac{2}{3}}$
2. Simplifier A et B dans le cas suivant :

$$\mathrm{A}=\frac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt{8}\times\sqrt[5]{2}}{\sqrt[3]{2}\times\sqrt[6]{4}} \text{ et } \mathrm{B}=\frac{3^{\frac{3}{4}}\times\sqrt[20]{3\sqrt{9}}\times 3^{2}}{\sqrt[5]{81}\times\sqrt{\sqrt{\sqrt{3}}}}$$

Exercice n° 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes:

$x^{3}+27=0$; $\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}=0$; $\left(\dfrac{1-\sqrt[3]{x}}{3-\sqrt[3]{x}}\right)^{3}=64$

Exercice n°9

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^{3}-7x-6}{|x-3|} & ; x\neq 3 \\ f(3)=20 \end{cases}$

Étudier la continuité de f en $x_{0}=3$.

Exercice n°10

f est une fonction définie sur l'intervalle $I=[-1;0[$ par : $f(x)=x+\dfrac{1}{x}$.

1. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera puis calculer $f^{-1}\left(\dfrac{5}{2}\right)$.
2. calculer $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

Exercice n°11

f est une fonction définie sur $]0;2[$ par : $\begin{cases} f(x)=(x^{2}-1)\sin\left(\dfrac{1}{x-1}\right) & ; x\neq 1 \\ f(1)=0 \end{cases}$

1. Montrer que pour tout $x\in]0;2[$: on a : $|f(x)-f(1)|\leq 3|x-1|$.
2. En déduire que f est continue en 1.

Exercice n°12

f est une fonction définie sur $]1;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{1-\sqrt{x^{3}}+\sqrt{x}}{x-1}$.

1. Montrer que : $f(x)=-\sqrt{x}+\dfrac{1}{x-1}$
2. Montrer que l'équation $\dfrac{1}{x-1}=\sqrt{x}$, admet une seule et unique solution α dans l'intervalle $]1;2[$
3. Montrer que : $\alpha^{2}(\alpha-2)=1-\alpha$

Exercice n°13

f est une fonction définie sur $[1;+\infty[$ *par :* $f(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x}+1}$

1) si on pose $u(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$ *et* $v(x)=\sqrt[3]{x}$ *dresser un tableau de variation de f sur l'intervalle* $[1;+\infty[$.

1. *Montrer que f admet une fonction réciproque* $f^{-1}(x)$ *définie sur J (qu'on déterminera) vers l'intervalle* $[1;+\infty[$
2. *calculer* $f^{-1}(x)$ *pour tout* $x\in J$.