

Transformation de produit en somme ou somme en produit

Exercice 1:

Transformer en produit les expressions suivantes:

$$A = \cos(2x) + \cos(6x) .$$

$$B = \cos(7x) - \cos(3x) .$$

$$C = \sin(3x) + \sin(5x) .$$

$$D = \sin(8x) - \sin(6x) .$$

Exercice 2:

Montrer que pour tout réel x :

$$a) 1 + \cos 2x + 2\cos x = 2\cos x(1 + \cos x)$$

$$b) 1 - \cos(2x) + 2\sin x = 2\sin x(1 + \sin x)$$

Exercice 3:

Pour tout réel x ; On pose : $A(x) = \cos x + \cos 3x + \cos 5x + \cos 7x$.

$$1. \text{ Montrer que : } A(x) = 4\cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x)$$

$$2. a) \text{ Montrer que : } (\forall \alpha \in \mathbb{R}) ; \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \sin(2\alpha)$$

$$b) \text{ En déduire que : } \sin\left(\frac{\pi}{9}\right) A\left(\frac{\pi}{9}\right) = \frac{1}{2} \sin\left(\frac{\pi}{9}\right)$$

$$\text{Puis que : } \cos\left(\frac{\pi}{9}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{9}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{9}\right) = \frac{1}{8}$$

Exercice 4:

$$1. \text{ Montrer que pour tout réel } x : 8\sin x \cdot \cos x \cdot \cos(2x) \cdot \cos(4x) = \sin(8x)$$

$$2. a) \text{ Vérifier que : } \sin\left(\frac{8\pi}{7}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$$

$$b) \text{ En déduire que : } \cos\left(\frac{\pi}{7}\right) \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) = -\frac{1}{8}$$

Exercice 5:

$$1. \text{ Calculer } \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) ; \text{ puis } \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$$

$$2. \text{ En déduire la valeur de } \cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \text{ et } \sin\left(\frac{5\pi}{12}\right).$$

Exercice 6 :

Factoriser les expressions suivantes:

$$A(x) = \sin x + \sin(2x) + \sin(3x) + \sin(4x) .$$

$$B(x) = \cos x + \cos(2x) + \cos(3x) + \cos(4x) .$$

$$B(x) = \cos x - \cos(2x) + \sin(2x) - \sin(3x) .$$

Exercice 7:

Factoriser les expressions suivantes:

$$A(x) = 1 + \cos(2x) + \cos x.$$

$$B(x) = 1 - \cos(2x) + \sin x.$$

$$C(x) = 1 + \cos x + \cos \frac{x}{2}.$$

$$D(x) = 1 - \cos x + \sin \frac{x}{2}$$

Exercice 8

Soit x un nombre réel, montrer que:

$$a) \cos x + \cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0.$$

$$b) \sin x + \sin\left(x + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(x + \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$