

Exercice 1

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de f
- 2) Montrer que f est impaire.
- 3) Montrer que : $f(b) - f(a) = \frac{(b-a)(1-ab)}{(b^2+1)(a^2+1)}$
- 4) En déduire la variation de f sur $[0;1]$ puis sur $[1;+\infty[$.
- 5) Développer $(|x|-1)^2$ puis en déduire que : $2|x| \leq x^2 + 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- 6) En déduire que f est bornée.
- 7) Montrer que f admet un maximum égale à $\frac{1}{2}$.

Exercice 2

I- Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - bx + 4$

- 1) déterminer b pour que C_f passe par le point $A(1;5)$.

II- Soit $b = 0$

- 1) a) Etudier la parité de f
b) Etudier les variations de f
c) Déterminer s'il existe le minorant de f sur $\mathbb{R}$
- 3) Tracer C_f dans un repère orthonormé
- 4) a) Tracer $D: y = x + 6$ dans le même repère ; déduire graphiquement $C_f \cap D$
b) Vérifier a) par le calcul.
- 5) a) Utiliser C_f pour construire C_g ; où g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^2 + 1$
b) Que représente graphiquement C_g par rapport à C_f .

Exercice 3

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x(1-x)$.

- 1) Montrer que g est majoré par $\frac{1}{4}$ sur $\mathbb{R}$.
- 2) En déduire que la fonction g admet un maximum en $x = \frac{1}{2}$.
- 3) Montrer que $g(x) = \frac{1}{4} - \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ puis étudier ses variations sur $\mathbb{R}$.