Similé Janvier 2021 — 1ére Bac SM

EXERCICE 1 (6 pts)

Les questions 1,2 et 3 sont indépendantes.

1,5 pt 1) Montrer par équivalence que : $(\forall x \in [1,+\infty[) : \sqrt{2x^2+2} \leq 2x$

1,5 pt 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\sqrt{x+2} = x$

1,5 pt 3) a- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 4n^2 \geq (n+1)^2$

1,5 pt b- En déduire par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 4^n \geq n^2$

EXERCICE 2 (7 pts)

Soient f et g les fonctions définies par : $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-1}$ et $g(x) = x^2 + 4x + 1$

1 pt 1) Déterminer D_f et D_g .

2 pts 2) Dresser le tableau de variation de f et celui de g.

0,5 pts 3) a) Montrer que : $(\forall x \in D_f) : f(x) = 2 + \dfrac{3}{x-1}$

0,5 pts b) Déduire que : $f(]1,+\infty[) \subset]2,+\infty[$

4) Soit h la fonction définie par : $h(x) = \dfrac{13x^2 - 2x - 2}{x^2 - 2x + 1}$

1 pt a) Montrer que (- 3) est un minimum de h.

1 pt b) Vérifier que : $h = g \circ f$

1 pt c) En déduire le sens de variation de h sur $]1,+\infty[$

EXERCICE 3 (2 pts)

On considère l'application : $f :]-\infty, 0] \to [-1, 2[$

$$x \to \frac{2x^2-1}{x^2+1}$$

2 pts Montrer que f est une bijection et déterminer sa bijection réciproque f^{-1}

EXERCICE 4 (5 pts)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} = \dfrac{2}{1+u_n}$

1 pt 1) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \leq u_n \leq 2$

2) Pour tout $n \in \mathbb{N}$ on pose : $v_n = \dfrac{1-u_n}{2+u_n}$

1 pt a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{-1}{2}$

2 pt b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n.

1 pt c) montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) : |1-u_n| \leq 2\times\left(\frac{1}{2}\right)^n$