Devoir surveillé N°1 1ér semestre — **1.BAC – S.M .F**

Exercice 1 : 4,5pts

Compléter le tableau suivant :

Proposition (P)	*La négation de* (P)	*La vérité de* (P)
$(\forall n \in IN) : \sqrt{3n+4} \notin IN$		
$(\forall x \in IR) : x^2 - 2x + 1 > 0$		
$(\forall x \in]0,1[) : \dfrac{x}{1-x} < 1$		

Exercice 2 : 6pts

1) *Résoudre dans* IR *l'équation :* $2x = \sqrt{1+x}$
2) *En utilisant le raisonnement par équivalences successives, montrer que :*
   $(\forall x \in IR) : \sqrt{x^2+1} - |x| \leq 1$
3) *Soit* a *un nombre réel positif. En utilisant le raisonnement par contraposée, montrer que :*
   $3 < a^4 + 8a^3 + 18a^2 + 8a \Rightarrow \sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{2}}} < a+2$.

Exercice 3 : 3,5 pts

Soient $a;b$ *et* c *trois réels strictement positifs tels que :* $ab+bc+ca=1$

1) *Montrer que :* $a^2+b^2 \geq 2ab$ *, puis déduire que :* $a^2+b^2+c^2 \geq 1$
2) *Montrer par l'absurde que :* $a+b \geq \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ *ou* $b+c \geq \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$ *ou* $c+a \geq \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$