Série n° 6 d'exercices « Calcul d'intégrale » *2éme Bac PC-SVT*

Exercice 1

1) Calculer les intégrales suivantes :

a) $I=\int_1^2 \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$ b) $J=\int_{-3}^0 \frac{1}{\sqrt{1-t}}dt$ c) $K=\int_2^3 \frac{t}{(1-t)^2}dt$ d) $H=\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$

2) Trouver une primitive de la fonction f définie par : $f(x)=\frac{1}{x^2-2x-3}$

(on mettra d'abord $f(x)$ sous la forme $\frac{a}{x+1}+\frac{b}{x-3}$)

3) Déterminer une primitive de la fonction f définie par : $f(x)=\frac{x+2022}{(x+2021)^{2021}}$

sur $\mathbb{R}^+$.

4) A l'aide d'au moins deux intégrations par parties calculer $I=\int_0^1 e^x\cos(x)dx$.

Exercice 2

On pose $I=\int_0^1 xe^x dx$ et $J=\int_0^1 x^2e^x dx$

1) A l'aide d'une première intégration par parties, établir que : $J=e-2I$.

2) Calculer I à l'aide d'une deuxième intégration par parties.

3) En déduire la valeur de l'intégrale J .

Exercice 3

Montrer que la fonction $f: x\mapsto 2(\cos(2x+3)+x)$ admet pour primitive la fonction F définie par : $F(x)=\sin(2x+3)+x^2$.

Exercice 4

Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivante sur $\mathbb{R}$ et sur $]0;1[$ pour f_6 :

- $f_1: x\mapsto 2\sin(x)-5\cos(x)$
- $f_2: x\mapsto 2\sin(3x)+\cos(5x)$
- $f_3: x\mapsto 6\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$
- $f_4: x\mapsto 4x\left(6x^2+1\right)$
- $f_5: x\mapsto -6e^{2x+1}$
- $f_6: x\mapsto \frac{2x-1}{x^2-x}$

Exercice 5

Pour $x\in\mathbb{R}$, on considère $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2(x)\,dx$ et $J=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2(x)\,dx$.

1) Calculer $I+J$ puis $I-J$.

2) En déduire les valeurs de I et de J.

Exercice 6

On pose : $M=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\sin(x)}{\cos(x)-\sin(x)}\,dx$ et $N=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\frac{\cos(x)}{\cos(x)-\sin(x)}\,dx$

1) Calculer $M+N$ et $M-N$.

2) En déduire M et N.

Exercice 7

On considère la fonction $f:x\mapsto\frac{1}{x}(1+\ln x)$ définie sur $]0;+\infty[$.

Et soit (c_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\|=2cm$.

1) Etudier les variations de f sur $]0;+\infty[$.

2) Déterminer l'abscisse α du point d'intersection de (c_f) avec l'axe des abscisses.

3) On note A_1 l'aire en cm^2 de la partie du plan délimité par la courbe (c_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=\frac{1}{e}$ et $x=1$.

On note A_2 l'aire en cm^2 de la partie du plan délimité par la courbe (c_f), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=1$ et $x=m$.

avec m un réel strictement supérieur à 1.

Déterminer m pour que A_1 et A_2 aient la même valeur.