Exercice 1

On considère les applications :

$$f :]0,\pi[\to \mathbb{R} \quad \text{et} \quad g :]0,\pi[\to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{\sin x}{1+\cos x} \qquad x \mapsto \frac{1-\cos x}{\sin x}$$

Montrer que : $f = g$

Exercice 2

On considère l'application : $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x^2-2x+1}$

Montrer que la restriction de f ***à l'intervalle*** $]-\infty,1]$ ***est l'application***

$g :]-\infty,1] \to \mathbb{R}$, $x \mapsto 1-x$

Exercice 3

On considère l'application $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \dfrac{x}{x+1}$

Déterminer $f(\mathbb{R}^+)$ ***et*** $f^{-1}(]-\infty,1[)$

Exercice 4

On considère l'application $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x^2-4x+2$

1) Montrer que f ***est non injective***

2) Déterminer $f(\mathbb{R})$ ***et en déduire que*** f ***est non surjective***

3) Soit g ***la restriction de*** f ***à l'intervalle*** $[2,4]$

Montrer que g ***est bijective de*** $[2,4]$ ***vers*** $[-2,2]$ ***et déterminer sa bijection réciproque*** g^{-1}

Exercice 5

On considère l'application :

$$f : \left[0,\frac{1}{4}\right] \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto x-\sqrt{x}$$

1)Montrer que f *est injective.*

2) Déterminer $f\left(\left[0,\frac{1}{4}\right]\right)$

Exercice 6

On considère l'application :

$$f : \mathbb{R}\setminus\{1\} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$$

1) *Montrer que :* $\left(\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}\right) : f(2-x) = f(x)$

Déduire que f est non injective.

2) *Montrer que :* $\left(\forall x \in \mathbb{R}\setminus\{1\}\right) : f(x) > 1$

Déduire que f est non surjective.

3) *On considère l'application :*

$$g :]1,+\infty[\to]1,+\infty[$$
$$x \mapsto \frac{x^2-2x+3}{(x-1)^2}$$

Montrer que g est bijective et déterminer sa bijection réciproque g^{-1}

Exercice 7

Soit a un réel appartenant à l'intervalle $]-1,1[$.

On considère l'application

$$\varphi_a :]-1,1[\to]-1,1[$$
$$x \mapsto \frac{x+a}{1+ax}$$

1) *Déterminer* $\varphi_{-a} \circ \varphi_a$

2) *Montrer que* φ_a *est bijective et déterminer sa bijection réciproque*