

Exercice 1

I. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = -x + 2\sqrt{x+1}$

1. Vérifier : $D_h = [-1; +\infty[$.
2. Résoudre dans $[-1; +\infty[$ l'équation (E) : $h(x) = 0$.
3. Vérifier que : $(\forall x \in [-1; +\infty[), h(x) = 2 - (\sqrt{x+1} - 1)^2$.
4. En déduire que h est majorée par 2 sur $[-1; +\infty[$.

II. On pose : $g(x) = -x^2 + 2x + 1$ et $f(x) = \sqrt{x+1}$.

1. Vérifier que : $(\forall x \in [-1; 0]) ; 0 \leq f(x) \leq 1$ et $(\forall x \in [0; +\infty[), f(x) \geq 1$.
2. Dresser le tableau de variations de g .
3. Montrer que : $(\forall x \in [-1; +\infty[) ; (g \circ f)(x) = h(x)$, puis déduire la monotonie de h sur chacun des intervalles $[-1; 0]$ et $[0; +\infty[$.

III. Dresser le tableau de variations de h puis en déduire ses extremums.

Exercice 2

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^4 - 1}{x^4 + 1}$

1. Montrer que f est paire.
2. Montrer que f majorée par 1 et minorée par -1.
3. Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par : $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$
 - a) Donner le tableau de variations de g .
 - b) Déterminer : $g([0; 2[)$.
4. Soit h la fonction numérique définie par : $h(x) = x^4$.
 - a) Montrer que h est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$.
 - b) Vérifier que : $f = g \circ h$ puis déduire la monotonie de f sur $\mathbb{R}^+$.
 - c) Donner le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \sqrt{x+7} - \sqrt{x+3}$

1. Déterminer D_f .
2. a) Montrer que f est minorée par 0..
b) 0 est-il un minimum de f ? justifier votre réponse.
3. a) Montrer que f est majorée par 2.
b) 2 est-il un maximum de f ? justifier votre réponse.
4. Montrer que f est strictement décroissante sur D_f .