

Exercice 1

On considère l'application f définie de $[1; +\infty[$ vers $]0;1]$ par : $f(x) = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$

- 1) Montrer que f est injective
- 2) Montrer que f est surjective

Exercice 2

On considère l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \sqrt{x^2 + 2|x|}$

- 1) f est-elle injective.
- 2) Montrer que f n'est pas surjective

Exercices 3

Soit l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto \frac{2x}{x^2 + 1}$

Montrer que $f(\mathbb{R}) = [-1;1]$

Exercice 4

On considère l'application $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x^2 + x + 2$

- 1) a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(-1-x) = f(x)$
 b) Dédire que f n'est pas injective.
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = -\frac{1}{4}$; puis déduire que f n'est pas surjective
- 3) Montrer que $f(\mathbb{R}) = \left[\frac{7}{4}; +\infty\right[$.

Exercice 5

On considère l'application $f : [1; +\infty[\rightarrow [2; +\infty[$
 $x \mapsto x + \frac{1}{x}$

Montrer que f est bijective et déterminer sa bijection réciproque f^{-1} .

Exercice 6

Soit f l'application définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 + x^2 + x$

- 1) a) Montrer que : $(\forall (x; y) \in \mathbb{R}^2) ; x^2 + (1+y)x + 1 + y + y^2 > 0$
 b) Dédire que f est injective.

2) Déterminer $f^{-1}([3; +\infty[)$

Exercice 6

On considère l'application f définie par: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x^2 - 4x + 5$

1) a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(2-x) = f(2+x)$

b) L'application est-elle injective? Justifier

2) a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) \geq 1$

b) L'application est-elle surjective? Justifier

3) Soit l'application : $f : [2; +\infty[\rightarrow [1; +\infty[$
 $x \mapsto g(x) = f(x)$

Montrer que g est bijective et donner g^{-1} sa bijection réciproque