



Série n ° 1 d'exercices sur « Les nombres Complexes » 2ème Bac SM

EXERCICE 1:

1) Soit θ réel de $[0, 2\pi[$, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation

$$P(z) = 4z^4 + 4\cos\theta(1 + \cos\theta)z^2 + (1 + \cos\theta)^2 = 0.$$

2) Mettre $P(z)$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du second degré à coefficients réels.

EXERCICE 2:

Soit le nombre complexe $a = e^{i\frac{2\pi}{5}}$

1) Vérifier que : $a^5 = 1$ et $a \neq 1$

2) Vérifier que : $z^5 - 1 = (z - 1)(1 + z + z^2 + z^3 + z^4)$

3) En déduire que : $1 + a + a^2 + a^3 + a^4 = 0$

4) Montrer que : $a^3 = (\bar{a})^2$ et $a^4 = \bar{a}$

5) En déduire que : $(a + \bar{a})^2 + a + \bar{a} - 1 = 0$

6) Calculer $a + \bar{a}$ et en déduire $\cos\frac{2\pi}{5}$.

EXERCICE 3:

Soit, dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): z^3 + 2(1 - i)z^2 + (1 + m^2 - 4i)z - 2i(1 + m)^2 = 0$

où m est un paramètre réel.

1) Montrer que (E) admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera et calculer en fonction de m les deux autres solutions.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$

soient les points A, B, M' et M'' d'affixes respectives :

$2i, -2 - 2i, -1 - im$ et $-1 + im$.

a) Montrer que le quadrilatère $AM'BM''$ est un parallélogramme.

b) Déterminer m pour que le quadrilatère $AM'BM''$ soit un rectangle.

EXERCICE 4:

Soit l'équation $(E): z^4 + 4iz^2 + 12(1 + i)z - 45 = 0$

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) sachant qu'elle admet une solution réelle z_1 et une solution imaginaire z_2 . On note z_3 et z_4 les autres solutions.

2) Le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, soient A, B, C et D les points d'affixes respectives z_1, z_2, z_3 et z_4

Quelle est la nature du quadrilatère de sommets A, B, C, D