L'Arithmétique dans IN :

Prof : Radouane –Niv : T.C.S :

Résumé de cours :

1) ***Divisibilité dans IN :***

Définition :
Soient a et b appartenant à IN avec b non nul.
On dit que b divise a $(b\,|\,a)$ *s'il existe un entier naturel k tel que :* $\boxed{a = k\times b}$
On dit aussi que b est un diviseur de a ou a est un multiple de b ou a est divisible par b.
On note D(a) l'ensemble des diviseurs de a dans IN.

Remarques :
1) Tout entier naturel non nul divise 0.
2) Le seul diviseur de 1 dans IN est 1.
3) Pour tout entier naturel a ; différent de 0 et 1 ; a admet au moins 2 diviseurs qui sont a et 1.

Exemple :
$D(2)=\{1;2\}$
$D(8)=\{1;2;4;8\}$
$D(27)=\{1;3;9;27\}$

Parité : pair-impair :
Soit n un entier naturel.
On dit que a est pair s'il existe un entier naturel k tel que : $\boxed{a=2k}$ *(a est un multiple de 2)*
On dit que a est impair s'il existe un entier naturel k te que : $\boxed{a=2k+1}$

Exemple :
Les nombres 0 ;2 ;16 ;108 sont des nombres pairs.
Les nombres 1 ;3 ;7 ;31 ;119 sont des nombres impairs.

2) ***Critères de divisibilité par 2 ;3 ;4 ;5 et 9 :***
Propriété admise :
Soit A un entier naturel.
(1) A est divisible par 2 si son chiffre des unités est : 0 ;2 ;4 ;6 ou 8.
(2) A est divisible par 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.
(3) A est divisible par 3 si la somme de ses chiffres
Est un multiple de 3.
(4) A est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
(5) A est divisible par 4 si le nombre formé par son chiffre des unités et son chiffre des dizaines est un multiple de 4.
Exemple :
2020 est divisible par 5
2019 est divisible par 3
116 est divisible par 2 et par 4
819 est divisible par 3 et par 9.

3) Nombres premiers dans IN :

Définition :
Un entier naturel est dit premier lorsqu'il admet exactement 2 diviseurs dans IN, 1 et lui-même.
Exemple :
2 ;3 ;11 ;31 ;43 sont des nombres premiers.

*** ***Décomposition en produit de facteurs premiers :***
Tout entier naturel $n \geq 2$ *s'écrit de façon unique sous forme :* $n = p_1^{\alpha_1} \times \ p_2^{\alpha_2} \times .... \times p_n^{\alpha_n}$ *où* $p_1 ; p_2 ; .... p_n$ *sont des nombres premiers tels que* $p_1 < p_2 < .... < p_n$ *et* $\alpha_1 ; \alpha_2 ; .... \alpha_n$ *sont des entiers naturels non nuls.*
Cette écriture est la décomposition de n en produit de facteurs premiers.
Exemple :

$26 = 2 \times 13$

$60 = 2 \times 30 = 2 \times 5 \times 6 = 2^2 \times 3 \times 5$

$36 = 6 \times 6 = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^2$

4) ***PGCD-PPCM :***

Propriété admise :
a) Le plus grand diviseur commun de 2 entiers naturels a et b est le produit de facteurs premiers communs dans leur décomposition élevés au plus petit exposant.

b) Le plus petit multiple commun de 2 entiers naturels a et b est le produit de facteurs premiers apparaissant dans a ou dans b dans leur décomposition élevés au plus grand exposant.