Série n°6 d'exercices sur les suites numériques

Exercice 1

1) On considère une suite arithmétique (V_n) de raison $r=2$ et de premier terme $V_0=3$.

a) Calculer V_n en fonction de n.

b) Calculer $S_n=V_0+V_1+....+V_{n-1}+V_n$ en fonction de n .

2) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{V_n}{n}\right)$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{S_n}{n^2}\right)$

3) On considère la suite (U_n) telle que :

$$V_n=\frac{2U_n+1}{U_n+2}$$

a) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

b) Calculer : $S'_n=\frac{1}{U_0+2}+\frac{1}{U_1+2}+.....+\frac{1}{U_n+2}$

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{S_n}{n^3}\right)$.

Exercice 2

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_n=\frac{3^n}{n+1}$$

1) Calculer U_0 ; U_1 ; U_2 ; U_3 .

2) Calculer $U_{n+1}-U_n$,en déduire les variations de (U_n)

3) Montrer que : $(\forall n\in IN^*)$; $n<U_n$.

Exercice 3

1) (V_n) est une suite géométrique de raison $q=2$, avec $V_0=7$.

a) Calculer V_n en fonction de n.

b) Calculer $S_n=V_0+V_1+....+V_{n-1}+V_n$.

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}V_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

2) On considère la suite (U_n) telle que :

$$V_n=\frac{U_n}{3-U_n}$$

a) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$

b) .Calculer : $S'_n=\frac{1}{U_0-3}+\frac{1}{U_1-3}+.....+\frac{1}{U_n-3}$

3) Calculer puis $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{S'_n}{n2^n}\right)$

Exercice 4

1) (V_n) est une suite géométrique de raison $q=\frac{2}{5}$, avec $V_4=\frac{4}{625}$.

a) Calculer V_0 puis V_n en fonction de n.

b) Calculer $A=V_{10}+V_{11}+....+V_{99}+V_{100}$

c) Calculer $S_n=V_0+V_1+....+V_{n-1}+V_n$

2) On considère la suite (U_n) telle que : $V_n=\frac{U_n-1}{U_n+2}$

On pose: $S'_n=\frac{1}{U_0+2}+\frac{1}{U_1+2}+.....+\frac{1}{U_n+2}$

a) Montrer que : $\forall p\in IN$: $\frac{1}{U_p+2}=\frac{1}{3}(1-V_p)$.

b) Montrer que : $U_n=\frac{1+\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n}{1-\frac{1}{4}\left(\frac{2}{5}\right)^n}$ et que

$$S'_n=\frac{n}{3}+\frac{7}{36}+\frac{1}{18}\times\left(\frac{2}{5}\right)^n\times e$$

c) Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(S'_n-\frac{n}{3}\right)$.

Exercice 5

Soit la suite (U_n) définie par :

$$\begin{cases}U_0=1\\ U_{n+1}=\frac{U_n}{2+U_n} & \forall n\in IN\end{cases}$$

a) Calculer U_1 et U_2

b) Montrer que la suite (U_n) n'est ni arithmétique ni géométrique

2) a) Montrer que : $(\forall n\in IN)$ $U_n>0$

b) Montrer que la suite (U_n) est décroissante

c) En déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer sa limite

3) Soit la suite (V_n) définie par :

$$V_n=\frac{U_n}{1+U_n}\quad \forall n\in IN$$

a) Calculer V_0 et montrer que (V_n) est une suite géométrique.

b) Déterminer la limite de la suite (V_n)

c) Montrer que : $U_n=\frac{1}{2^{n+1}-1}$ $\forall n\in IN$

d) Retrouver la limite de la suite (U_n)

www.guessmaths.co E-mail : abdelaliguessouma@gmail.com whatsapp : 0604488896