



Série n °8 d'exercices sur «limites et continuité et fct réciproque» 2ème Bac SM

guessmaths

Exercice 1 :

On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x \arctan\left(\frac{\sqrt{x^2+1}+1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

- 1) Montrer que f est continue en 0 .
- 2) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*) ; f(x) = \frac{\pi}{2}x - \frac{\pi}{2} \arctan(x)$
- 3) Dédurre l'expression de f sur $\mathbb{R}_-^*$.

Exercice 2 :

On considère la fonction f définie sur $I = \left]-\frac{\sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{3}}{3}\right[$ par : $f(x) = \frac{x^3 - 31}{3x^2 - 1}$

- 1) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
- 2) Soit x un réel tel que $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ et $x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$ où $k \in \mathbb{Z}$

Calculer $\tan(3x)$ en fonction de $\tan(x)$

- 3) Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

Exercice 3:

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $f(x) = \sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + 3x}$

- 1) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.

b) Déterminer l'expression de $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$

- 2) Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $g(x) = \arctan(f(x))$

Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle K à déterminer.

- 3) Déterminer l'expression de $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in K$