

Problème 1 :

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 9}$.

1) Variations de la fonction

a) Vérifier que : $f'(x) = \frac{2(3+x)(3-x)}{(x^2 + 9)^2}$.

b) Etudier le signe de f' sur $\mathbb{R}$. On pourra s'aider d'un tableau de signes.

c) En déduire les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$. On présentera les résultats dans un tableau de variations.

2) Limites aux bornes

a) Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en $-\infty$. Compléter les résultats dans le tableau de variations de la question 1c.

b) En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe dont on donnera l'équation.

3) Tangentes à la courbe

a) Donner les équations de tangentes horizontales à la courbe. Pour chacune d'elles, on précisera en quel point.

b) Déterminer l'équation de la tangente à la courbe en 0.

c) Simplifier l'expression $f(x) - \frac{2}{9}x$ et en déduire la position relative de la tangente en 0 avec la courbe de la fonction f .

4) Représentation graphique

a) Tracer dans un repère, l'asymptote et les trois tangentes déterminées dans les questions précédentes.

b) Tracer dans le même repère, une représentation graphique de la fonction f en s'appuyant sur ces droites particulières et s'aidant du tableau de variations de la fonction.

Problème 2 :

Effectuer une étude complète de la fonction g définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x^2}$ dans le but de tracer sa courbe.