



guessmaths

Série n° 3 Exercices sur « Les suites » 2ème Bac SM

EXERCICE 1:

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $U_n = \frac{n}{e} + \frac{1}{e^n}$

- 1) Déterminer le sens de variation de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.
- 2) a) Démontrer que la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est la somme d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique
b) En déduire la somme $S_n = \sum_{i=1}^n U_i$ en fonction de n .

EXERCICE 2:

Démontrer par récurrence sur n que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, \forall x \in \mathbb{R} : \sin^{(n)}(x) = \sin\left(x + n \frac{\pi}{2}\right)$

Où $\sin^{(n)}$ est la dérivée n -ième de la fonction sinus.

EXERCICE 3:

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $U_n = \frac{ne^{n-1} + 1}{e^n}$

- 1) Déterminer le sens de variation de la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$.
- 2) a) Démontrer que la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est la somme d'une suite arithmétique et d'une suite géométrique
b) En déduire la somme $S_n = \sum_{i=1}^n U_i$ en fonction de n .

EXERCICE 4:

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par : $U_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{n+k}}$

- 1) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, U_n \geq \sqrt{\frac{n}{2}}$
- 2) En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$

EXERCICE 5:

Soit $(U_n)_{n \geq 2}$ la suite définie par : $U_n = \frac{n^2}{n!}$

- 1) Etudier le sens de variation de la suite $(U_n)_{n \geq 2}$
- 2) a) Démontrer que la suite $(U_n)_{n \geq 2}$ est minorée
b) Démontrer que : $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}, (n-1)! \geq n$.
c) Déduire des questions précédentes que la suite $(U_n)_{n \geq 2}$ est bornée
- 3) a) Déterminer une suite $(V_n)_{n \geq 2}$ convergent vers 0 et telle que : $\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1\}, U_n \leq V_n$
b) En déduire que la suite $(U_n)_{n \geq 2}$ converge et déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$