Exercice 1

Soit E un ensemble non vide; on considère l'application f définie de $\mathscr{P}(E)$ vers $\mathscr{P}(E)$ par:

$f(A)=C_E^A$ (où $A\in\mathscr{P}(E)$)

a) Déterminer $f(\varnothing)$; $f(E)$; $f(\bar{A})$ où $A\in\mathscr{P}(E)$

b) Soient A et B deux éléments de $\mathscr{P}(E)$.

Déterminer $f(A\cup B)$ et $f(A\cap B)$

c) on pose : $E=\mathbb{R}$

i) Déterminer $f(\{1\})$; $f(]1;+\infty[)$ et $f(]-1;3])$

ii) déterminer l'image réciproque par l'application f parties de R suivantes :

- $\{1\}$
- $[1;+\infty[$
- $\{1;2\}$

Exercice 2

Soit f l'application définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ tel que : $(\forall x\in\mathbb{R})$; $(f\circ f\circ f)(x)=2x-1$.

Calculer $f(1)$

Exercice 3

Soit f l'application définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^n+ax^{n-1}+ax^{n-2}+....+ax+a$ où $a\in\mathbb{R}^*$

calculer $f(1-a)$ (On pose : $a=1-\alpha$).

Exercice 4

On considère les applications f et g définies par :

$$f:\begin{array}{l}\mathbb{N}\to\mathbb{N}\\ x\mapsto x+1\end{array}\qquad g:\begin{array}{l}\mathbb{N}\to\mathbb{N}\\ x\mapsto\begin{cases}0 & si\quad x=0\\ x-1 & si\quad x\geq 1\end{cases}\end{array}$$

1) Montrer que f est injective mais non surjective

2) Montrer que g n'est pas injective mais surjective

3) Montrer que l'application $g\circ f$ est bijective.

4) a) Déterminer l'application $f\circ g$,

b) Est- que l'application $f\circ g$ ost bijective .