guessmaths

EXAMEN BLANC N° 11 **2éme Bac PC- SVT**

Exercice 1 *(4 pts)*

Dans Espace rapport à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$

On considère les points $A(1;2;2)$, $B(3;4;6)$, $C(5;6;10)$ *et* $A(1;2;2)$

1- *Déterminer le centre* Ω *et le rayon R de la sphère* (S) *de diamètre* $[AB]$

2- *Soit* (P) *le plan passant par le point A, et perpendiculaire à la droite* (AC)

a-*Montrer que* $x+y+2z-7=0$ *est une équation cartésienne de* (P)

b- *Montrer que le plan* (P) *est tangent a la sphère* (S) *en A*

3- *Soit* (R) *le plan d'équation* $x+y-z-4=0$

a- *Montrer que la sphère* (S) *et le plan* (R) *se coupent suivant un cercle* (C)

b- *Déterminer le centre a et le rayon de(c)*

4- *On considère les vecteurs* $\vec{u}(1,\ 1,2)$ *et* $\vec{v}(1,\ 1,-1)$

Calculer $\vec{u}\wedge\vec{v}$ *, en déduire que les plans* (P) *et* (R) *se coupent suivant une droite* (Δ) *dont on déterminera un vecteur directeur* $\vec{w}$.

Exercice 2 *(4. 5 pts)*

Le plan complexe est rapport à un repère orthonormé direct $\left(O;\vec{e_1};\vec{e_2}\right)$.

1- *Résoudre dans* $\mathbb{C}$ *l'équation* $(B): Z^2-Z+1=0$

2- *On considère les points A, B, C et D affixes respectives,* $\frac{3}{2}+6i$, $\frac{3}{2}-6i$ *et* $3+2i$

a- *Soit T la translation, de vecteur* $\vec{v}$ *d'affixe* $-1+\frac{5}{2}i$.

Déterminer l'affixe du point E, image de B par T

b- *Le point F est l'image de D par l'homothétie h de centre C et de rapport* $-\frac{1}{3}$ *déterminer* Z_F *l'affixe de F.*

c- *Le point G est l'image de D par la rotation de centre A et d'angle* $-\frac{\pi}{2}$ *.Déterminer* Z_G *l'affixe de G.*

3- *Soit M, N et S les points d'affixes respective* $\frac{1}{2}-\frac{7}{2}i$, $-5-i$ *et* $-\frac{5}{2}+\frac{9}{2}i$.

a- *Montrer que le quadrilatère DMNS est un parallélogramme*

b- *Montrer que :* $\frac{Z_M-Z_D}{Z_S-Z_D}=i$ *, en déduire que le quadrilatère DMNS est un carre*

4- *Soit* $P(Z)=Z^2-Z+1$ *, pour tout Z de* $\mathbb{C}$

a- *En posant* $Z=x+iy$ *avec x et y réels, mettre* $P(Z)$ *sous forme algébrique*

b- *Déterminer l'ensemble* (Γ) *formé par les points* $M_{(Z)}$ *tels que* $P(Z)$ *soit un réel.*

Problème *(11, 5 pts)*

Partie 1

Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x)=xe^{\frac{x}{2}}+e^{\frac{x}{2}}-1$.

Dans cette partie, on se propose de déterminer le signe de la fonction g par deux méthodes différentes

Méthode 1 :

1-Determiner $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ *, et montrer que* $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-1$

- *Montrer que :* $(\forall x\in IR)$ *;* $g'(x)=\frac{1}{2}(x+3)e^{\frac{x}{2}}$*, puis donner le tableau de variations de on prend de g (On prend* $g(-3)=-\frac{3}{2}$ *).*
- *Calculer* $g(0)$ *, et en déduire que:* $(\forall x<0)\ g(x)<0$ *et* $(\forall x>0)\ g(x)>0$

Méthode 2*:*

1- Déterminer le signe de $e^{\frac{x}{2}}-1$

En déduire que: $g(x)<0$ *et* $(\forall x>0)\quad g(x)>0$

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=x\left(e^{\frac{x}{2}}-1\right)^2$

(C_f) *est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$ *(l'unité est 2 cm)*

1- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et* $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2- a) Montrer que : $(\forall x\in IR)\ f'(x)=\left(e^{\frac{x}{2}}-1\right)g(x)$

b- Montrer que f est strictement croissante sur IR, puis donner le tableau de variations de f

3- a - Etudier la branche infinie de(c)au voisinage de $+\infty$

b- Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-x=0$*, et donner une interprétation géométrique.*

c- Etudier sur IR, le signe de $x\left(e^{\frac{x}{2}}-2\right)$*, et en déduire la position de* (C_f) *par rapport à la droite* (Δ) *d'équation :* $y=x$ *.*

d- Vérifier que l'origine O du repère est un point d'inflexion de (C_f)*, puis Construire* (C_f)*.*

Partie 2

On considère les intégrales $I=\int_0^{\ln 4}\left(4e^{\frac{x}{2}}-e^{x}\right)dx$ *et* $J=\int_0^{\ln 4}x\left(2e^{\frac{x}{2}}-e^{x}\right)dx$

I- Montrer que $I=5$ *, puis établir à l'aide d'une intégration par parties que* $J=-5+4\ln 4$

1- Déterminer en cm^2*, l'aire A du domaine du plan délimité par: la courbe* (C_f)*, la droite* (Δ) *d'équation :* $y=x$*, l'axe* (Oy)*, et la droite d'équation* $x=\ln 4$ *.*

2- a) Résoudre l'équation différentielle $(E): y'-\frac{1}{2}y=0$

b) Déterminer la fonction h, sachant que la fonction $(h+g)$ *est une solution de* (E) *et* $h(0)=1$ *.*

Partie 3

On considère la suite $(V_n)_{n\in IN}$ *définie par :* $V_n=\left(\ln\left(\frac{3}{2}\right)\right)^n$ *pour tout n de IN.*

Dans les questions a et b, il est interdit d'utiliser des valeurs approchées.

1- *Montre que :* $(\forall n \in IN) \quad 0 < V_n < 1$

2- *Montrer que la suite* $(V_n)_{n\in IN}$ *est décroissante*

3- *On pose :* $U_n = f(V_n)$ *, pour tout n de IN*

a) *Montrer que :* $(\forall n \in IN) \quad 0 < U_n < \left(\sqrt{e}-1\right)^2$

Montrer que la suite $(U_n)_{n\in IN}$ *est décroissante, et en déduire qu'elle est convergente.*

b) *Déterminer* $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$