guessmaths

Devoir Surveillé n° 1 **2éme Bac SM Biof**

1ér Semestre Durée 3h

Exercice1 (2,5 pts)

Soit f le fonction définie par : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{(x-1)^2+(x-1)^4}}{x-1} & ; \quad si \quad x<1 \\ f(x)=\dfrac{\sin(a(x-1))}{x^2+x-2} & ; \quad si \quad x>1 \end{cases}$

1) Calculer $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$.

2) Déterminer la valeur de a pour laquelle f un prolongement par continuité eu se=t.

Exercice 2 (2,5 pts)

On considère la fonction of définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^3\text{-}5x^2-3$

1) Dresser le tableau de variation de

2) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet unique solution α dans $\mathbb{R}$.

3) Vérifier que : $\dfrac{5}{2}<\alpha<3$.

Exercice 3 (4 pts)

Les questions 1) et 2) sont indépendantes.

1) Un piéton a parcouru la distance de 6 kilomètres en 1heure et $\dfrac{1}{2}$.

Montrer qu'il existe un intervalle de temps d'amplitude $\dfrac{1}{2}$ heure pendant lequel le piéton a parcouru la distance de 3 kilomètres.

2) Soit f une fonction continue et positive sur $\mathbb{R}^+$, telle que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$

Montrer que f admet une valeur maximale sur $\mathbb{R}^+$, c.à.d : $(\exists c\in\mathbb{R}^+)(\forall x\in\mathbb{R}^+)$; $f(x)\le f(c)$

Exercice 4 (2,5pts)

Soit f la fonction définie sur $I=[-1;+\infty[$ par : $f(x)=(1+x^3)^2$.

1) Montrer que f réalise une bijection de I vers un intervalle J à déterminer.

2) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x\in J$.

Exercice 5 (3,5pts)

Soit f la fonction définie sur $I=\left]-\dfrac{\sqrt{3}}{3};\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right[$ par : $f(x)=\dfrac{x^3-3x}{3x^2-1}$

1) Montrer que f réalise une bijection définie de I vers un intervalle J à déterminer

2) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$.

(On pourra utiliser le formule : $\tan(3\alpha) = \dfrac{\tan^3\alpha - 3\tan\alpha}{3\tan^2\alpha - 1}$

Exercice 6 (5pts)

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \left(\sqrt{1+x^2} + x\right) \operatorname{Arctan}\left(\sqrt{1+x^2} - x\right)$

1) Calculer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$

(On pourra définir f comme la composée de deux fonctions)

3) En posant $t = \operatorname{Arctan}(x)$; montrer que : $f(x) = \dfrac{\pi - 2t}{4\tan\left(\dfrac{\pi}{4} - \dfrac{t}{2}\right)}$